# การหามูลค่าของตราสารอนุพันธ์สภาพอากาศ (Weather Derivatives) ด้วยวิธีการของ Monte Carlo Simulations

# PRICING WEATHER DERIVATIVES BASED ON MONTE CARLO SIMULATIONS

**ธงชัย ศิริจันทร์พันธุ์[1] สมพร ปั่นโภชา[2] และ บำรุง พ่วงเกิด[3]**

[1] สาขาวิศวกรรมการเงิน คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย, thongchai.sir@hotmail.com

[2] คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย, sompon_punpocha@yahoo.com

[3] ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, bumroong.pu@kmitl.ac.th

---

## บทคัดย่อ

ปรากฏการณ์เรือนกระจกที่เกิดขึ้นในปัจจุบัน ส่งผลทำให้เกิดสภาพอากาศที่แปรปรวน อุณหภูมิเฉลี่ยบนผิวโลกเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง ซึ่งเป็นปัจจัยเสี่ยงประเภทหนึ่งที่ส่งผลกระทบต่อการดำเนินงานของกิจการและอุตสาหกรรมต่าง ๆ ดังนั้น ตราสารอนุพันธ์สภาพอากาศ จึงเป็นเครื่องมือทางการเงินที่สามารถช่วยป้องกันความเสี่ยงดังกล่าวได้ ตัวอย่างเช่น สัญญาซื้อขายล่วงหน้าที่ผู้ถือได้สิทธิในการซื้อหรือขายดัชนีอุณหภูมิความร้อนหรือความเย็น (Heating/Cooling Degree Day Index: HDD/CDD Index) หรือที่เรียกอีกชื่อหนึ่งว่า HDD/CDD Option ซึ่งในการศึกษานี้เป็นการศึกษาถึงวิธีการหามูลค่าของสัญญาออปชั่นดังกล่าว

ในการศึกษานี้ ได้ใช้รูปแบบจำลองของ Ornstein-Uhlenbeck และ Dornier & Queruel เพื่อสร้างแบบจำลองการเคลื่อนไหวของอุณหภูมิ โดยใช้ข้อมูลอุณหภูมิค่าเฉลี่ยรายวันของ 120 สถานีทั่วประเทศไทยจากกรมอุตุวิทยาย้อนหลัง 5 ปี ตั้งแต่ 1 มกราคม ค.ศ. 2013 ถึง 31 ธันวาคม ค.ศ. 2017 เพื่อใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองอุณหภูมิดังกล่าว และทำการหามูลค่าของ HDD/CDD Option ด้วยวิธีการของ Monte Carlo Simulations เพื่อเปรียบเทียบกับการหามูลค่าด้วยวิธีการใช้สูตรประมาณ (Approximation formula)

ทั้งนี้ในปัจจุบันประเทศไทยยังไม่มีการซื้อขายสัญญาออปชั่นในตลาดอนุพันธ์ เป็นสาเหตุทำให้ไม่มีการกำหนดค่ามาตรฐานของระดับอุณหภูมิอ้างอิง (Reference Level) และทำให้ไม่สามารถหาค่าชดเชยความเสี่ยงของตลาด (Market Price of Risk) ได้ ซึ่งจำเป็นในการใช้คำนวณมูลค่าของสัญญาออปชั่นดังกล่าว ดังนั้นในการศึกษานี้จึงทำการวิเคราะห์ความอ่อนไหวจากการกำหนดค่าระดับอุณหภูมิอ้างอิง (Reference Level) เพื่อกำหนดค่าระดับอุณหภูมิอ้างอิงที่เหมาะสม และวิเคราะห์ความอ่อนไหวจากการกำหนดค่าชดเชยความเสี่ยงของตลาด (Market Price of Risk) เพื่อเป็นแนวทางและประโยชน์ในศึกษาต่อไป

ผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่าวิธีการของ Monte Carlo Simulations สามารถใช้หามูลค่าของ HDD/CDD Option ได้ใกล้เคียงกับวิธีการใช้สูตรประมาณ (Approximation formula) โดยมีค่าความผิดพลาดอยู่ในช่วง น้อยกว่า 1% ถึง 4% ด้วยการใช้จำนวน 20000 รอบ และจากการทดลองเปลี่ยนจำนวนรอบตั้งแต่ 1000 ถึง 80000 พบว่าค่าความผิดผลาดลดลงอย่างรวดเร็วแบบกำลังสอง (Exponential) ในช่วงจำนวนที่ 1000 ถึง 10000 รอบ และค่อนข้างคงที่ในจำนวนรอบตั้งแต่ 10000 เป็นต้นไป ในขณะที่เวลาที่ใช้ในการคำนวณจะเพิ่มขึ้นเป็นเท่าตัวแบบเส้นตรง (Linearity) จึงสรุปได้ว่าสามารถใช้ Monte Carlo Simulations เพื่อหามูลค่าของ HDD/CDD Option ได้ โดยจำนวนที่เหมาะสมควรเป็นตั้ง 10000 รอบเป็นต้นไป

ผลการวิเคราะห์ความอ่อนไหวของการกำหนดค่าระดับอุณหภูมิอ้างอิง (Reference Level) พบว่าค่าระดับอุณหภูมิอ้างอิงที่เหมาะสมควรจะเป็นที่ 31 องศาเซลเซียสขึ้นไป สำหรับ HDD Index และที่ 22 องศาเซลเซียสลงไป สำหรับ CDD Index เพื่อให้การหามูลค่าของสัญญาออปชั่นด้วยวิธีการของสูตรค่าประมาณ (Approximation formula) และวิธีการของ Monte Carlo Simulation สามารถนำมาเปรียบเทียบกันได้ อย่างไรก็ตามการกำหนดระดับอุณหภูมิอ้างอิงนั้น ควรเป็นการกำหนดจากหน่วยงาน บริษัท อุตสาหกรรม ที่มีผลกระทบต่อความเสี่ยงของอุณหภูมิเป็นสำคัญ ซึ่งการศึกษานี้มิได้ครอบคลุมถึงเรื่องดังกล่าว

สำหรับค่าชดเชยความเสี่ยงของตลาด (Market Price of Risk) พบว่ามีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นกับมูลค่าของ Option ในทิศทางเดียวกัน อย่างไรก็ตามสำหรับประเทศไทยยังไม่มีการซื้อขายสัญญาออปชั่นในปัจจุบัน ทำให้ไม่สามารถกำหนดค่าชดเชยความเสี่ยงของตลาดที่เหมาะสมได้ ซึ่งในการศึกษานี้ได้สมมติค่าเป็น 0.08 ตามบทวิจัยของต่างประเทศ

**คำสำคัญ:** Weather Derivative, HDD Option, CDD Option, Monte Carlo Simulation, Market Price of Risk.

## ABSTRACT

In present the weather has very variation and non-predictable one of reason is Global Warming that affect to the mean of daily temperature rising. It has an enormous impact on business running therefore the weather derivatives (HDD/CDD Option) is financial instrument for hedging that risk. The main objective of this study is to find a pricing model for weather derivatives with payouts depending on temperature (HDD/CDD Option).

This study using the temperature modelling of Ornstein-Uhlenbeck and Dornier & Queruel and daily mean temperature of 120 Stations from Thai Meteorological Department (since 1/1/2013 to 12/31/2018) to approximation the temperature modelling parameters. Then, numerical pricing of HDD/CDD Option for each month using approximation formula as well as Monte Carlo Simulations.

Due to present, Thailand doesn't have the weather derivative market cause the standard of temperature reference level haven't determined and can't observed a market price of risk on the market. Thus, this study has analyzed the sensitivity of temperature reference level and Market Price of Risk values as well.

This study shows that the prices from Monte Carlo Simulation move in closely the value of approximation formula with the error are between less than 1% to 4% on 20000 rounds. Also, when has changed the value between 1000 to 80000 rounds shows that the error will be decreasing as fast as exponential in 1000-10000 rounds meanwhile the time of calculation will be increasing as linearity. Conclusion, Monte Carlo Simulation can be efficient pricing the HDD/CDD Option based on round of simulation, perhaps the appropriate rounds shall be more than 10000 rounds.

The temperature reference level analysis shows that for the Monte Carlo Simulation and Approximation formula can be comparison each other, probably need to determine the appropriate values by monthly temperature historical data. It is found that HDD option pricing in January, the reference level shall be

more than 29 Celsius meanwhile for CDD Option pricing in same month shall be less than 22 Celsius. For the market price of risk is too difficult to determine on market has no trade the weather derivatives. However, it shows that the prices have related with the market price of risk as the same direction.

**Keywords:** Weather Derivative, HDD Option, CDD Option, Monte Carlo Simulation, Market Price of Risk.

**1. บทนำ**

ปรากฏการณ์โลกร้อน (Global Warming) คือการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิเฉลี่ยของอากาศใกล้พื้นผิวโลกและน้ำในมหาสมุทรตั้งแต่ช่วงครึ่งหลังของคริสต์ศตวรรษที่ 20 และมีการคาดการณ์ว่าอุณหภูมิเฉลี่ยจะเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง การคาดคะเนภูมิอากาศที่สรุปโดย IPCC บ่งชี้ว่าอุณหภูมิโลกโดยเฉลี่ยที่ผิวโลกจะเพิ่มขึ้น 1.1 ถึง 6.4 องศาเซลเซียส ในช่วงคริสต์ศตวรรษที่ 21 (พ.ศ. 2544–2643) ค่าตัวเลขดังกล่าวได้มาจากการจำลองสถานการณ์แบบต่าง ๆ จากปรากฏการณ์นี้ได้ส่งต่อสภาพอากาศ (Weather) ทั่วโลกให้มีความแปรปรวนและรุนแรงมากขึ้น และย่อมส่งผลกระทบต่อการดำเนินชีวิต การเกษตร การดำเนินกิจการของบริษัทต่าง ๆ ไม่ทางตรงก็ทางอ้อม

เพื่อที่จะลดผลกระทบของความเสี่ยงด้านสภาพอากาศดังกล่าว สามารถทำได้โดยใช้เครื่องมือการทางเงิน เช่น การทำประกันภัยพิบัติ (Disaster Insurance) หรือ การใช้ตราสารอนุพันธ์เพื่อป้องกันความเสี่ยง (Weather Derivatives)

ตราสารอนุพันธ์สภาพอากาศ (Weather Derivatives) คือตราสารอนุพันธ์ที่มีสินค้าอ้างอิง (Underlying) เป็นดัชนีชี้วัดสภาพอากาศ (Weather Index) เช่น อุณหภูมิ ความชื้น น้ำฝน ลม หิมะ และอื่น ๆ ซึ่งในการศึกษานี้หมายถึงสัญญาซื้อขายล่วงหน้าที่ผู้ถือได้สิทธิในการซื้อหรือขายดัชนีอุณหภูมิความร้อนหรือความเย็น (Heating/Cooling Degree Day Index: HDD/CDD Index) หรือที่เรียกว่า HDD/CDD Options ซึ่งต่อไปนี้จะเรียกว่า สัญญาออปชั่น

HDD และ CDD คือ Heating Degree Days และ Cooling Degree Days ซึ่งคำนวณมาจากสมการดังนี้

$$HDD_i \equiv \max(REF - T_i, 0) \text{ และ } CDD_i \equiv \max(T_i - REF, 0)$$

โดยที่ REF คือค่าระดับอุณหภูมิอ้างอิง ซึ่งจะถูกกำหนดจากมาตรฐานอุตสาหกรรมของหน่วยงานที่เกี่ยวข้องในประเทศนั้น เช่น US จะกำหนดระดับอุณหภูมิอ้างอิงเป็น 18 องศาเซลเซียส ซึ่งเป็นการกำหนดจากอุตสาหกรรมพลังงานหากอุณหภูมิลดต่ำลงน้อยกว่า 18 องศาเซลเซียส จะมีแนวโน้มให้เกิดการใช้พลังงานเพิ่มมากขึ้นเพื่อสร้างความร้อน ในทางตรงกันข้าม หากอุณหภูมิสูงขึ้นมากกว่า 18 องศาเซลเซียส จะมีแนวโน้มให้เกิดการใช้พลังงานเพิ่มมากขึ้นเพื่อสร้างความเย็น

HDD และ CDD Index คือ ดัชนีอุณหภูมิ HDD และ CDD ซึ่งคำนวณมาจากสมการดังนี้

$$H_n = \sum_{i=1}^{n} HDD_i \text{ และ } C_n = \sum_{i=1}^{n} CDD_i$$

มูลค่าการจ่ายของสัญญาออปชั่น (Option Payoff) คำนวณมาจากสมการดังนี้

$$HDD_Call_Payoff = \alpha \max\{H_n - K, 0\}$$

$$HDD_Put_Payoff = \alpha \max\{K - H_n, 0\}$$

$$CDD_Call_Payoff = \alpha \max\{C_n - K, 0\}$$

$$CDD_Put_Payoff = \alpha \max\{K - C_n, 0\}$$

โดยที่ $\alpha$ คือหน่วยของสกุลเงินที่จ่ายต่อ 1 หน่วยของดัชนีอุณหภูมิ

มูลค่าของสัญญาออปชั่น จะขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ ซึ่งใช้รูปแบบจำลองของ Ornstein-Uhlenbeck และ Dornier & Queruel เพื่อสร้างแบบจำลองการเคลื่อนไหวของอุณหภูมิ ดังสมการดังนี้

$$dT_t = \left\{ \frac{dT_t^m}{dt} + a(T_t^m - T_t) - \lambda\sigma_t \right\} dt + \sigma_t dV_t$$

โดยที่ $\lambda$ คือ ค่าชดเชยความเสี่ยงของตลาด (Market price of Risk)

$V_t$ คือ Measure Q Wiener process

$$\frac{dT_t^m}{dt} = B + \omega C\cos(\omega t + \varphi)$$

$$T_t^m = A + Bt + C\sin(\omega t + \varphi)$$

$$t = 1, 2, 3, \ldots, n$$

มูลค่าของสัญญาออปชั่น สามารถคำนวณจากสูตรค่าประมาณ (Approximation formula) ดังนี้

มูลค่าของ HDD/CDD Call Option

$$c(t) = e^{-r(t_n - t)}\left( (\mu_n - K)\Phi(-\alpha_n) + \frac{\sigma_n}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\sigma_n^2}{2}} \right)$$

โดยที่ $\alpha_n = (K - \mu_n)/\sigma_n$

$\mu_n = E^Q[H_n \mid F_t]$, $\sigma_n^2 = Var[H_n \mid F_s]$ สำหรับ HDD

$\mu_n = E^Q[C_n \mid F_t]$, $\sigma_n^2 = Var[C_n \mid F_s]$ สำหรับ CDD

มูลค่าของ HDD/CDD Put Option

$$p(t) = e^{-r(t_n - t)}\left( (K - \mu_n)\left( \Phi(\alpha_n) - \Phi(-\frac{\mu_n}{\sigma_n}) \right) + \frac{\sigma_n}{\sqrt{2\pi}}\left( e^{-\frac{\sigma_n^2}{2}} - e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_n}{\sigma_n}\right)^2} \right) \right)$$

โดยที่ $\alpha_n = (K - \mu_n)/\sigma_n$

$\mu_n = E^Q[H_n \mid F_t]$, $\sigma_n^2 = Var[H_n \mid F_s]$ สำหรับ HDD

$\mu_n = E^Q[C_n \mid F_t]$, $\sigma_n^2 = Var[C_n \mid F_s]$ สำหรับ CDD

**2. วัตถุประสงค์การวิจัย**

1) เพื่อศึกษารูปแบบจำลองอุณหภูมิและสร้างแบบจำลองอุณหภูมิที่เหมาะสม (Temperature Modelling) ด้วยข้อมูลอุณหภูมิค่าเฉลี่ยจาก 120 สถานีทั่วประเทศไทย
2) ศึกษาวิธีการหามูลค่าของสัญญาออปชั่น ด้วยวิธีการ Monte Carlo Simulation เพื่อเปรียบเทียบกับวิธีการใช้สมการสูตรค่าประมาณ (Approximation Formula)
3) วิเคราะห์ความอ่อนไหว (Sensitivity Analysis) ของการกำหนดค่าระดับอุณหภูมิอ้างอิง และการเปลี่ยนแปลงค่าส่วนชดเชยความเสี่ยงของตลาด (Market Price of Risk)

**3. การดำเนินการวิจัย**

การหามูลค่าของสัญญาออปชั่น เริ่มจากการใช้แบบจำลองของ Ornstein-Uhlenbeck และ Dornier & Queruel ในการสร้างแบบจำลองข้อมูลอุณหภูมิ โดยใช้ข้อมูลอุณหภูมิค่าเฉลี่ยในประเทศไทยย้อนหลัง เพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองดังกล่าว และนำสมการแบบจำลองนี้มาหามูลค่าของสัญญาออปชั่น ด้วยวิธีการ 2 อย่าง คือ แบบใช้สมการสูตรค่าประมาณ (Approximation formula) และวิธีการของ Monte Carlo Simulation เพื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้ รวมทั้งทำการวิเคราะห์ความอ่อนไหวจากการกำหนดค่าระดับอุณหภูมิอ้างอิง (Reference Level) และการกำหนดค่าชดเชยความเสี่ยงของตลาด (Market Price of Risk) โดยผู้วิจัยได้กำหนดแนวทางในการวิจัยดังมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

**3.1 ข้อมูลอุณหภูมิค่าเฉลี่ยของประเทศไทย**

ในการศึกษานี้ได้ใช้แหล่งข้อมูลทุติยภูมิของการวัดค่าอุณหภูมิในประเทศไทยจากกรมอุตุวิทยา (Thai Meteorological Department, TMD) ซึ่งเป็นข้อมูลอุณหภูมิที่วัดจากเครื่องมือวัดแบบตุ้มแห้งจากสถานีวัดอากาศจำนวน 120 สถานีทั่วประเทศ โดยใช้ข้อมูลอุณหภูมิเป็นรายวัน จำนวน 5 ปีย้อนหลัง ตั้งแต่ 1 มกราคม 2013 ถึง 31 ธันวาคม 2017 จำนวน 1826 ข้อมูลต่อสถานี และนำข้อมูลอุณหภูมิของแต่ละสถานีมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของแต่ละวัน เพื่อเป็นตัวแทนของอุณหภูมิเฉลี่ยของประเทศไทย โดยคำนวณจากสมการดังนี้

$$T_t = \sum_{i=1}^{120} T_{t,i} / 120 \quad ; t = days$$

**3.2 แบบจำลองที่ใช้สำหรับอุณหภูมิ**

ในการศึกษานี้ได้ใช้แบบจำลองของ Ornstein-Uhlenbeck และ Dornier & Queruel ในการสร้างแบบจำลองอุณหภูมิ โดยใช้ข้อมูลอุณหภูมิค่าเฉลี่ยของประเทศไทย เพื่อทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง ด้วยวิธีการ Ordinary Least Square, The Quadratic Variation, Discretized & Regression Equation และ Martingale Estimation method ดังนี้

การประมาณค่า Parameter A, B, C, $\varphi$ โดยใช้วิธีการของ Ordinary Least squares (OLS)

$$Y_t = a_1 + a_2 t + a_3 \sin(\omega t) + a_4 \cos(\omega t)$$

โดยที่ $Y_t$ คือ ข้อมูลอุณหภูมิค่าเฉลี่ยในแต่ละวัน

$t$ คือ วันที่ 1-1826

เมื่อได้ค่า $a_1, a_2, a_3, a_4$ สามารถคำนวณค่าพารามิเตอร์ได้ดังนี้

$$A = a_1$$
$$B = a_2$$
$$C = \sqrt{a_3^2 + a_4^2}$$
$$\varphi = \arctan\left(\frac{a_4}{a_3}\right) - \pi$$

ประมาณค่าความผันผวนด้วยวิธี The Quadratic Variation โดยนำข้อมูลอุณหภูมิค่าเฉลี่ยของแต่ละเดือนมาหาค่าความผันผวนได้จากสมการดังนี้

$$\hat{\sigma}_{\mu}^2 = \frac{1}{N_{\mu}} \sum_{j=0}^{N_{\mu}-1} (T_{j+1} - T_j)^2$$

โดยที่ $\mu$ คือ เดือนมกราคม, กุมภาพันธ์,.....,ธันวาคม

$N_{\mu}$ คือ จำนวนวันของเดือน $\mu$

ประมาณค่าความผันผวนด้วยวิธี Discretized & Regression Equation โดยนำข้อมูลอุณหภูมิค่าเฉลี่ยของแต่ละเดือนมาหาค่าความผันผวนได้จากสมการดังนี้

$$\hat{\sigma}_{\mu}^2 = \frac{1}{N_{\mu} - 2} \sum_{j=1}^{N_{\mu}} (\tilde{T}_j - \hat{a} T_{j-1}^m - (1-\hat{a}) T_{j-1})^2$$

โดยที่ $\tilde{T}_j \equiv T_j - (T_j^m - T_{j-1}^m)$

จากสมการจะเห็นว่ามีค่าพารามิเตอร์ $\hat{a}$ ที่ยังไม่ทราบค่า จึงต้องหาค่าดังกล่าวด้วยวิธีการถัดไป

ประมาณค่าความเร็วในการลู่เข้าสู่ค่าเฉลี่ย ($\hat{a}$) ด้วยวิธี Martingale Estimation Method สามารถหาได้จากสมการดังนี้

$$\hat{a}_n = -\log\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} Y_{i-1}\left\{T_i - T_i^m\right\}}{\sum_{i=1}^{n} Y_{i-1}\left\{T_{i-1} - T_{i-1}^m\right\}}\right)$$

โดยที่ $Y_{i-1} = \frac{T_{i-1}^m - T_{i-1}}{\sigma_{i-1}^2}, \quad i = 1, 2, ...., n$

เมื่อได้ค่าความผันผวนจากทั้ง 2 วิธีแล้วให้นำมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต จะได้ค่าความผันผวนของแต่ละเดือน เมื่อได้ค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองทั้งหมดแล้ว จะสามารถสร้างรูปแบบการเคลื่อนไหวของอุณหภูมิได้จากสมการแบบจำลองของ Ornstein-Uhlenbeck และ Dornier & Queruel ตามที่กล่าวข้างต้น

ทั้งนี้เนื่องจากค่าชดเชยความเสี่ยงของตลาด (Market price of Risk) ยังไม่สามารถหาได้จากตลาดที่ไม่มีการซื้อขายสัญญาออปชั่น ดังนั้นเบื้องต้นจึงสมมติค่าให้เท่ากับของบทวิจัยของต่างประเทศที่ 0.08

**3.3 การหามูลค่าของ HDD/CDD Options ด้วยวิธีการใช้สมการสูตรค่าประมาณ**

จากแบบจำลองของอุณหภูมิ และเงื่อนไขการจ่ายของ Options ทำให้ได้สมการสูตรค่าประมาณของ HDD/CDD Options ดังต่อไปนี้

มูลค่าของ HDD/CDD Call Option

$$c(t) = e^{-r(t_n - t)}\left( (\mu_n - K)\Phi(-\alpha_n) + \frac{\sigma_n}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\sigma_n^2}{2}} \right)$$

โดยที่ $\alpha_n = (K - \mu_n)/\sigma_n$

$\mu_n = E^Q[H_n \mid F_t]$, $\sigma_n^2 = Var[H_n \mid F_s]$ สำหรับ HDD

$\mu_n = E^Q[C_n \mid F_t]$, $\sigma_n^2 = Var[C_n \mid F_s]$ สำหรับ CDD

มูลค่าของ HDD/CDD Put Option

$$p(t) = e^{-r(t_n - t)}\left( (K - \mu_n)\left( \Phi(\alpha_n) - \Phi(-\frac{\mu_n}{\sigma_n}) \right) + \frac{\sigma_n}{\sqrt{2\pi}} \left( e^{-\frac{\sigma_n^2}{2}} - e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_n}{\sigma_n}\right)^2} \right) \right)$$

โดยที่ $\alpha_n = (K - \mu_n)/\sigma_n$

$\mu_n = E^Q[H_n \mid F_t]$, $\sigma_n^2 = Var[H_n \mid F_s]$ สำหรับ HDD

$\mu_n = E^Q[C_n \mid F_t]$, $\sigma_n^2 = Var[C_n \mid F_s]$ สำหรับ CDD

**3.4 การหามูลค่าของ HDD/CDD Options ด้วยวิธีการของ Monte Carlo Simulation**

ในการศึกษานี้ได้ใช้วิธีการของ Monte Carlo Simulation ในการหามูลค่าของสัญญาออปชั่น ซึ่งโดยหลักการของ Monte Carlo Simulation คือการทำจำลองเหตุการณ์หลาย ๆ ครั้งตามจำนวนรอบที่กำหนด ในจำนวนที่มากพอ จะทำให้มูลค่าคาดหวังเข้าใกล้มูลค่าที่ควรจะเป็น ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ทำการจำลองอุณหภูมิด้วยแบบจำลองที่กล่าวข้างต้น
2. นำค่าของอุณหภูมิดังกล่าวไปสร้างดัชนีอุณหภูมิ (HDD/CDD Index)
3. หามูลค่าการจ่ายของ HDD/CDD Option (Option payoff) ณ วันหมดอายุที่กำหนด
4. ทำการหามูลค่าปัจจุบันของ Option payoff โดยการคิดลดมูลค่าปัจจุบัน (Discount) ด้วยอัตราดอกเบี้ยที่ปราศจากความเสี่ยง (Risk-Free Rate)
5. ทำซ้ำกระบวนการที่ 1 ถึง 5 จนครบจำนวนรอบที่กำหนด
6. นำมูลค่าปัจจุบันของออปชั่น ในแต่ละรอบมาหาค่าเฉลี่ยจะได้เป็นมูลค่าคาดหวัง (Expected) ที่มีมูลค่าใกล้เคียงกับมูลค่าที่ควรจะเป็น

**3.5 วิเคราะห์ความอ่อนไหวจากการกำหนดค่าระดับอุณหภูมิอ้างอิง**

เนื่องจากวิธีของ Monte Carlo Simulation จะใช้การคำนวณค่าดัชนีแบบที่ 2 ตามทฤษฎี ส่วนสูตรค่าประมาณนั้นได้มาจากการใช้การคำนวณค่าดัชนีอุณหภูมิแบบที่ 1 โดยสมมติฐานว่า ค่าระดับอุณหภูมิอ้างอิงที่ใช้จะต้องเป็นค่าที่ทำให้การคำนวณแบบที่ 1 มีค่าเท่ากับแบบที่ 2

(1) $H_n = REF \times n - \sum_{i=1}^{n} T_{t_i}$ ซึ่งจะมีค่าเท่ากับ (2) $\sum_{i=1}^{n} \max\{REF - T_t, 0\}$

(1) $C_n = \sum_{i=1}^{n} T_{t_i} - REF \times n$ ซึ่งจะมีค่าเท่ากับ (2) $\sum_{i=1}^{n} \max\{T_t - REF, 0\}$

ดังนั้นเพื่อให้มูลค่าของสัญญาออปชั่นที่คำนวณจากสูตรค่าประมาณและ Monte Carlo Simulation สามารถเปรียบเทียบกับได้ จึงจำเป็นต้องหาค่าระดับอุณหภูมิอ้างอิงที่เหมาะสม โดยกำหนดค่าระดับอุณหภูมิอ้างอิง สำหรับการคำนวณ HDD Index ตั้งแต่ 26 ถึง 33 องศาเซลเซียส และสำหรับการคำนวณ CDD Index ตั้งแต่ 18 ถึง 27 องศาเซลเซียส และนำผลลัพธ์ของการคำนวณทั้งสองแบบมาเปรียบเทียบความแตกต่างเพื่อกำหนดค่าระดับอุณหภูมิอ้างอิงที่เหมาะสม

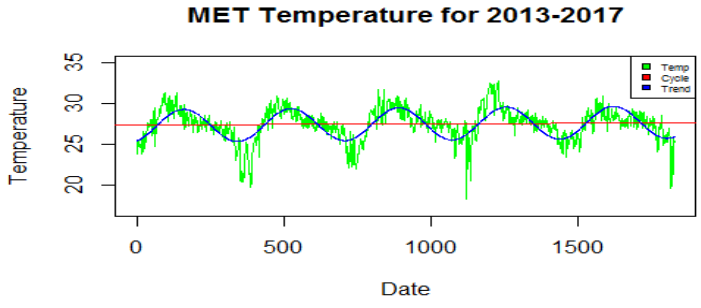
**3.6 การวิเคราะห์ความอ่อนไหวจากการกำหนดค่าชดเชยความเสี่ยงของตลาด Market Price of Risk**

ขั้นตอนนี้เป็นการศึกษาเพื่อต้องการทราบว่าการกำหนดค่า Market Price of Risk ( $\lambda$ ) จะส่งผลต่อมูลค่าของออปชั่น อย่างไร โดยกำหนดค่า Market Price of Risk ( $\lambda$ ) เป็น 0, 0.08, 0.1, 0.25, 0.5 และ 1.

**4. ผลการศึกษา**

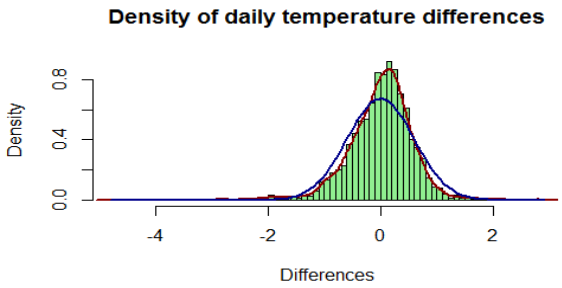
**4.1 การวิเคราะห์ลักษณะของข้อมูลอุณหภูมิค่าเฉลี่ยเบื้องต้น**

พบว่าลักษณะข้อมูลอุณหภูมิค่าเฉลี่ยมีรูปแบบเป็นวัฏจักรแบบ Sine wave โดยมีค่าอุณหภูมิเฉลี่ย (Mean) 5 ปีเท่ากับ 27.48 องศาเซลเซียส ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.01 องศาเซลเซียส อุณหภูมิสูงสุดเท่ากับ 32.7 องศาเซลเซียส อุณหภูมิต่ำสุด 18.3 องศาเซลเซียส




*รูปที่ 4.1.1 ลักษณะข้อมูลอุณหภูมิรายวัน ย้อนหลัง 5 ปี ตั้งแต่ปี 2013 ถึง 2017*

การแจกแจงของข้อมูลอุณหภูมิทั้งหมด ย้อนหลัง 5 ปี แบบรายปี แบบของแต่ละเดือน ดังรูปข้างล่าง จะเห็นว่ามีลักษณะใกล้เคียงกับ Normal Distribution ตามสมมติฐานของแบบจำลองที่ใช้




*รูปที่ 4.1.2 การแจกแจงของข้อมูลอุณหภูมิ ย้อนหลัง 5 ปี ตั้งแต่ปี 2013 ถึง 2017*

**4.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์ของรูปแบบจำลองอุณหภูมิ**

การประมาณค่าพารามิเตอร์ของ A, B, C, $\varphi$, $a$ ได้ผลลัพธ์เป็นดังนี้

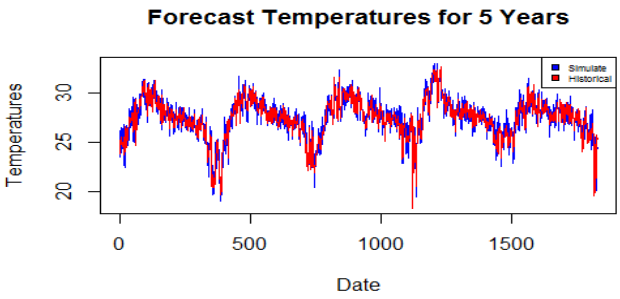
| Parameters | A | B | C | $\varphi$ | $a$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ค่าประมาณ | 27.24549 | 0.000255 | 1.981976 | -4.31898 | 0.021686 |

ส่วนการประมาณค่าพารามิเตอร์ของ $\sigma$ ได้ผลลัพธ์เป็นดังนี้

| M | JAN | FEB | MAR | APR | MAY | JUN | JUL | AUG | SEP | OCT | NOV | DEC |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\sigma$ | 0.8960 | 0.8318 | 0.7741 | 0.7101 | 0.5869 | 0.6002 | 0.5474 | 0.5521 | 0.5053 | 0.4695 | 0.5184 | 0.9321 |

**4.3 การจำลองข้อมูลอุณหภูมิค่าเฉลี่ยด้วยแบบจำลองอุณหภูมิ**

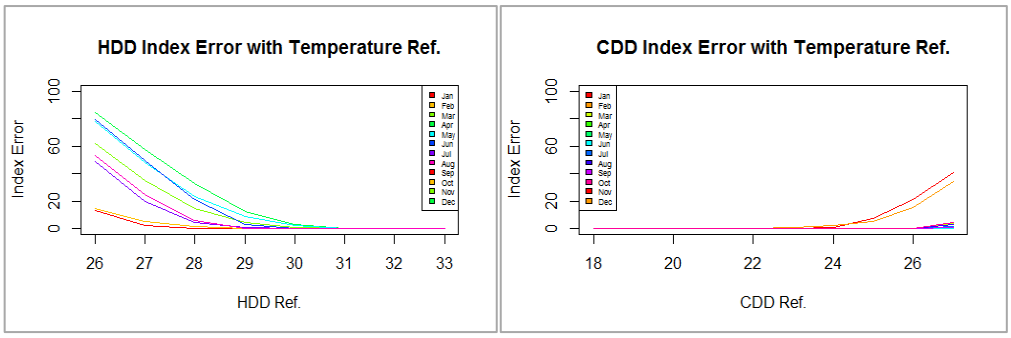
ทดสอบการจำลองข้อมูลอุณหภูมิค่าเฉลี่ยจำนวน 5 ปีโดยเปรียบเทียบกับข้อมูลอุณหภูมิในอดีต พบว่ารูปแบบจำลองสามารถจำลองข้อมูลอุณหภูมิค่าเฉลี่ยได้สอดคล้องกัน หมายความว่าแบบจำลองดังกล่าวสามารถใช้ได้




*รูปที่ 4.3.1 เปรียบเทียบข้อมูลอุณหภูมิในอดีตกับแบบจำลองข้อมูลอุณหภูมิ จำนวน 5 ปี*

**4.4 การสร้างดัชนีอุณหภูมิและการวิเคราะห์ความอ่อนไหวของการกำหนดค่าระดับอุณหภูมิอ้างอิง**

จากการศึกษาพบว่าค่าระดับอุณหภูมิอ้างอิงที่เหมาะสมควรจะเป็นที่ 31 องศาเซลเซียสขึ้นไป สำหรับ HDD Index และที่ 22 องศาเซลเซียสลงไป สำหรับ CDD Index เพื่อให้การหามูลค่าของสัญญาออปชั่น ด้วยวิธีการของสูตรค่าประมาณและวิธีการของ Monte Carlo Simulation สามารถนำมาเปรียบเทียบกันได้




*รูปที่ 4.4.1 เปรียบเทียบการกำหนดค่าระดับอุณหภูมิอ้างอิงหภูมิด้วยวิธีการคำนวณค่าดัชนีทั้งสองแบบ*

### 4.5 การหามูลค่าของสัญญาออปชั่น ด้วยวิธีการของ Monte Carlo Simulation เทียบกับวิธีของสูตรค่าประมาณ

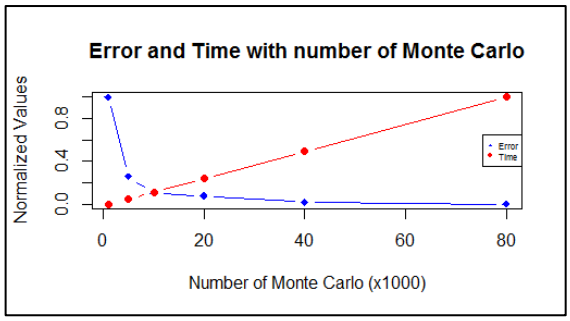
ตารางที่ 4.5.1 มูลค่าของ HDD Option ในแต่ละเดือน และค่าความผิดพลาด ด้วยการคำนวณที่ 20000 รอบ

| Period | Index | T.Ref | Strike | FM.Call | FM.Put | MC.Call | MC.Put | Err.Call | Err.Put |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| January | HDD | 33 | 175 | 57.87 | 0 | 57.43 | 0 | -0.0076 | NaN |
| February | HDD | 33 | 147 | 51.39 | 0 | 49.22 | 0 | -0.0422 | NaN |
| March | HDD | 33 | 105 | 45.38 | 0 | 44.12 | 0 | -0.0278 | NaN |
| April | HDD | 33 | 75 | 48.49 | 0 | 47.84 | 0 | -0.0134 | NaN |
| May | HDD | 33 | 89 | 47.60 | 0 | 48.51 | 0 | 0.0191 | NaN |
| June | HDD | 33 | 80 | 56.45 | 0 | 57.02 | 0 | 0.0101 | NaN |
| July | HDD | 33 | 118 | 49.93 | 0 | 48.76 | 0 | -0.0234 | NaN |
| August | HDD | 33 | 114 | 39.64 | 0 | 40.32 | 0 | 0.0172 | NaN |
| September | HDD | 33 | 103 | 43.83 | 0 | 44.59 | 0 | 0.0173 | NaN |
| October | HDD | 33 | 127 | 46.63 | 0 | 48.49 | 0 | 0.0399 | NaN |
| November | HDD | 33 | 153 | 45.74 | 0 | 45.30 | 0 | -0.0096 | NaN |
| December | HDD | 33 | 213 | 48.90 | 0 | 49.56 | 0 | 0.0135 | NaN |

ตารางที่ 4.5.2 มูลค่าของ CDD Option ในแต่ละเดือน และค่าความผิดพลาด ด้วยการคำนวณที่ 20000 รอบ

| Period | Index | T.Ref | Strike | FM.Call | FM.Put | MC.Call | MC.Put | Err.Call | Err.Put |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| January | CDD | 18 | 290 | 0 | 57.87 | 0 | 57.42 | NaN | -0.0078 |
| February | CDD | 18 | 273 | 0 | 51.39 | 0 | 49.32 | NaN | -0.0403 |
| March | CDD | 18 | 360 | 0 | 45.38 | 0 | 44.11 | NaN | -0.0280 |
| April | CDD | 18 | 375 | 0 | 48.49 | 0 | 47.84 | NaN | -0.0134 |
| May | CDD | 18 | 376 | 0 | 47.60 | 0 | 48.49 | NaN | 0.0187 |
| June | CDD | 18 | 370 | 0 | 56.45 | 0 | 57.02 | NaN | 0.0101 |
| July | CDD | 18 | 347 | 0 | 49.93 | 0 | 48.73 | NaN | -0.0240 |
| August | CDD | 18 | 351 | 0 | 39.64 | 0 | 40.37 | NaN | 0.0184 |
| September | CDD | 18 | 347 | 0 | 43.83 | 0 | 44.58 | NaN | 0.0171 |
| October | CDD | 18 | 338 | 0 | 46.63 | 0 | 48.52 | NaN | 0.0405 |
| November | CDD | 18 | 297 | 0 | 45.74 | 0 | 45.26 | NaN | -0.0105 |
| December | CDD | 18 | 252 | 0 | 48.90 | 0 | 49.60 | NaN | 0.0143 |

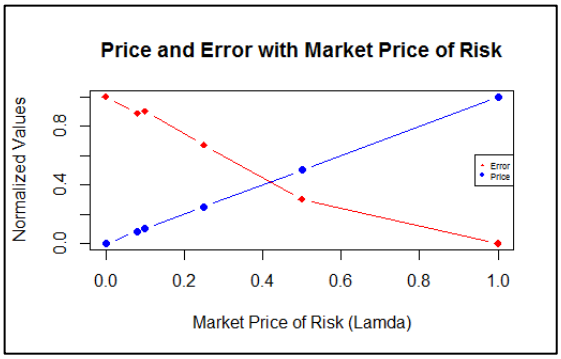
จากผลลัพธ์ พบว่าค่าความผิดพลาดอยู่ช่วงประมาณ น้อยกว่า 1% ถึง 4% และเมื่อทำการทดสอบกำหนดจำนวนรอบตั้งแต่ 1000-80000 รอบได้ผลลัพธ์ดังนี้




*รูปที่ 4.5.2 กราฟแสดงค่าความผิดพลาดและเวลาในการคำนวณ กับจำนวนรอบของการทำ Monte Carlo Simulation*

พบว่าเมื่อจำนวนรอบของการทำ Monte Carlo Simulation มากขึ้น ทำให้ค่าความผิดพลาดมีแนวโน้มที่ลดลงอย่างรวดเร็วแบบชี้กำลัง (Exponential) ในช่วง 1000-10000 รอบ ในขณะที่การใช้เวลาในการคำนวณจะเพิ่มขึ้นแบบเส้นตรง (Linearity) ดังนั้น หากต้องการค่าความผิดพลาดที่น้อยกว่า 0.1% จำนวนรอบที่เหมาะสมควรจะเป็นตั้งแต่ 10000 รอบเป็นต้นไป

**4.6 การวิเคราะห์ความอ่อนไหวจากการกำหนดค่าชดเชยความเสี่ยงของตลาด (Market Price of Risk)**




*รูปที่ 4.6.1 กราฟแสดงมูลค่าของสัญญาออปชั่นเมื่อเปลี่ยนแปลงค่าชดเชยความเสี่ยงของตลาด*

พบว่าค่าชดเชยความเสี่ยงของตลาดมากขึ้น ทำให้มูลค่าของออปชั่นเพิ่มขึ้นในทิศทางเดียวกันแบบเส้นตรง

**5. บทสรุปและข้อเสนอแนะ**

ในปัจจุบันปรากฏการณ์เรือนกระจก ที่ส่งผลให้อุณหภูมิมีความแปรปรวน อุณหภูมิเฉลี่ยผิวโลกเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง ส่งผลกระทบต่อการดำเนินการของกิจการ ดังนั้นเพื่อที่บรรเทาผลกระทบดังกล่าว สามารถการใช้เครื่องมือทางการเงินช่วยป้องกันความเสี่ยงได้ เช่น ตราสารอนุพันธ์สภาพอากาศ ในที่นี้หมายถึง สัญญาซื้อขายล่วงหน้าที่ผู้ถือได้สิทธิในการซื้อหรือขายดัชนีอุณหภูมิความร้อนหรือความเย็น (Heating/Cooling Degree Day Index: HDD/CDD Index) หรือที่เรียกว่า HDD/CDD Option ซึ่งในการศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการสร้างรูปแบบจำลองอุณหภูมิและวิธีการหามูลค่าของสัญญาออปชั่นด้วยวิธีการของ Monte Carlo Simulation บนข้อมูลอุณหภูมิค่าเฉลี่ยของประเทศไทย

ในการศึกษาวิธีการหามูลค่าของสัญญาออปชั่น ผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการหามูลค่าแบบ 2 วิธี คือ วิธีการของ Monte Carlo Simulation กับวิธีการของสูตรค่าประมาณ (Approximation formula) โดยใช้ข้อมูลอุณหภูมิของประเทศไทยจาก 120 สถานีนำมาเฉลี่ยรายวัน ตั้งแต่วันที่ 1 มกราคม 2013 ถึง 31 ธันวาคม 2017 และนำข้อมูลมา

ประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองอุณหภูมิ โดยใช้แบบจำลองของ Ornstein-Uhlenbeck และ Dornier & Queruel จากนั้นทำการวิเคราะห์ความอ่อนไหวจากการกำหนดค่าระดับอุณหภูมิอ้างอิงเพื่อหาค่าที่เหมาะสม และทำการวิเคราะห์ความอ่อนไหวจากการกำหนดค่าชดเชยความเสี่ยงของตลาด (Market Price of Risk)

ผลจากการหามูลค่าของ HDD/CDD Option ด้วยวิธีการ Monte Carlo Simulation มีมูลค่าที่ใกล้เคียงกับวิธีการของสูตรค่าประมาณ (Approximation formula) โดยมีค่าความผิดพลาดอยู่ในช่วงที่ น้อยกว่า 1% ถึง 4% ด้วยการคำนวณที่ 20000 รอบ และจากการทดสอบกำหนดจำนวนรอบตั้งแต่ 1000 ถึง 80000 รอบ พบว่าเมื่อจำนวนรอบมากขึ้น ค่าความผิดพลาดมีแนวโน้มที่ลดลงอย่างรวดเร็วแบบชี้กำลัง (Exponential) ในช่วง 1000-10000 รอบ ในขณะที่เวลาในการคำนวณจะเพิ่มขึ้นแบบเส้นตรง (Linearity) ดังนั้น หากต้องการค่าความผิดพลาดที่น้อยกว่า 0.1% จำนวนรอบที่เหมาะสมควรจะเป็นตั้งแต่ 10000 รอบเป็นต้นไป

ผลจากการวิเคราะห์ความอ่อนไหวจากการกำหนดค่าระดับอุณหภูมิอ้างอิง พบว่าค่าระดับอุณหภูมิอ้างอิงที่เหมาะสมควรจะเป็นที่ 31 องศาเซลเซียสขึ้นไป สำหรับ HDD Index และที่ 22 องศาเซลเซียสลงไป สำหรับ CDD Index เพื่อให้การหามูลค่าของสัญญาออปชั่น ด้วยวิธีการของสูตรค่าประมาณและวิธีการของ Monte Carlo Simulation สามารถนำมาเปรียบเทียบกันได้ อย่างไรก็ตามการกำหนดระดับอุณหภูมิอ้างอิงนั้น ควรเป็นการกำหนดจากหน่วยงานบริษัท อุตสาหกรรม ที่มีผลกระทบต่อความเสี่ยงของอุณหภูมิเป็นสำคัญ ซึ่งการศึกษานี้มิได้ครอบคลุมถึงเรื่องดังกล่าว

ผลจากการวิเคราะห์ความอ่อนไหวจากการกำหนดค่าชดเชยความเสี่ยงของตลาด (Market Price of Risk) โดยกำหนดตั้งแต่ 0 ถึง 1 พบว่าเมื่อค่าชดเชยความเสี่ยงของตลาดมากขึ้น ส่งผลให้มูลค่าของออปชั่นเพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตามสำหรับประเทศไทยยังไม่มีการซื้อขายสัญญาออปชั่นในปัจจุบัน ทำให้ไม่สามารถกำหนดค่าชดเชยความเสี่ยงของตลาดที่เหมาะสมได้ ซึ่งในการศึกษานี้ได้สมมติค่าเป็น 0.08 ตามบทวิจัยของต่างประเทศ

ข้อเสนอแนะในการศึกษาต่อไป ควรเพิ่มจำนวนข้อมูลอุณหภูมิย้อนหลังเป็น 10 ปี เพื่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ดีขึ้น และอาจจะเพิ่มการวิเคราะห์แยกเป็นแต่ละพื้นที่ เนื่องจากแต่ละพื้นที่อาจจะมีผลกระทบต่อความเสี่ยงอุณหภูมิที่ไม่เท่ากัน ทั้งนี้อาจค้นคว้าข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับการวิจัยที่เกี่ยวกับการกำหนดค่าระดับอุณหภูมิอ้างอิงที่ใช้ในการคำนวณค่าดัชนีอุณหภูมิ เพื่อกำหนดค่าได้อย่างเหมาะสม ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม ตราสารอนุพันธ์ที่ใช้ปริมาณน้ำฝนเป็นสินค้าอ้างอิง อาจเป็นอีกหนึ่งทางเลือกที่น่าสนใจศึกษาต่อไป

**เอกสารอ้างอิง**

Peter Alaton, Boualem Djehiche and David Stillberger, On Modelling and Pricing Weather Derivatives.

Dornier, F. & Queruel, M. Caution to the Wind, Weather Risk Special Report 2000, Energy & Power Risk Management/Risk Magazine.

Basawa, I. V. & Prasaka Rao, B. L. S., (1980), Statistical Inference for Stochastic Processes, Academic Press.

Brockwell, P.J. & Davis, R.A. Time Series: Theory and Methods. Springer, Second edition 1990.

Baxter, M. & Rennie, (1980), A. Financial Calculus, Cambridge University Press.

Bibby, B. M. & Sørensen, M. Martingale Estimation Functions for Discretely Observed Diffusion Processes, Bernoulli vol. I numbers I/II March/June 1995.