



การรวมสัญญาณเซนเซอร์วัดแรงเฉื่อยและแสดงค่าแบบกราฟฟิก 3 มิติ

IMU SENSOR SIGNAL INTEGRATION AND DISPLAY IN 3 D GRAPHIC

ฉัตร อัสวาวุฒิ¹ และโอภาส จุฑาทเทพ²

¹ นักศึกษาหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์

วิทยาลัยวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยรังสิต asawawut@gmail.com

² อาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า วิทยาลัยวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยรังสิต opas@rsu.ac.th

บทคัดย่อ

สัญญาณจากหน่วยวัดแรงเฉื่อยซึ่งประกอบด้วย ตัววัดความเร่ง ไจโรสโคป และตัววัดสนามแม่เหล็ก อาจแสดงค่าต่างๆที่ไม่ถูกต้องถึงแม้จะได้ผ่านการปรับแก้ตามปกติแล้ว ทั้งนี้เนื่องมาจากอิทธิพลของสภาวะแวดล้อมที่เปลี่ยนแปลงไป หรือมีสิ่งรบกวนจากภายนอก ซึ่งยังผลให้เกิดความผิดพลาดเพิ่มขึ้นทั้งในรูปค่าคงที่และแปรผันตามเวลา การรวมสัญญาณจากเซนเซอร์เข้าด้วยกันอย่างเหมาะสมจะทำให้ได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้องยิ่งขึ้น นอกจากนี้การแสดงผลทางการเคลื่อนไหวของวัตถุเป็นรูปภาพ 3 มิติจะช่วยให้เข้าใจและง่ายต่อการติดตามการทำงานของวัตถุ บทความนี้อธิบายหลักการและแสดงขั้นตอนการรวมสัญญาณของเซนเซอร์ในหน่วยวัดแรงเฉื่อย โดยใช้อัลกอริทึมของ Madgwick ให้เข้าใจได้อย่างชัดเจนขึ้น และแสดงตัวอย่างการวางทิศทางการเคลื่อนที่ของวัตถุในรูปกราฟฟิก 3 มิติโดยใช้โปรแกรม Processing ส่วนการประมวลข้อมูลด้านอื่นๆจะใช้เพียงบอร์ด ไมโครคอนโทรลเลอร์อาร์ดูอิโนซึ่งสื่อสารผ่านการเชื่อมต่อแบบอนุกรม USB

คำสำคัญ: หน่วยวัดแรงเฉื่อย, การหลอมรวมสัญญาณ, อัลกอริทึมของแมดจ์วิก, กราฟฟิกแบบ 3 มิติ

ABSTRACT

Signals read from the inertial measurement unit (IMU) consisting of accelerometer, gyroscope, and magnetometer may give incorrect values of the required information even after the device has been normally calibrated. This is due to the changing environmental influence, or external disturbances; resulting in additional errors that are either constant or time varying. The integration or fusion of these signals appropriately will help increase the accuracy of the results. Furthermore, the 3D visual display of the object orientation in real time will be more intuitive and make tracking of the device movement easier. This paper elucidates the concept and steps involved in the IMU data fusion using Madgwick algorithm and later gives an example of 3D graphic display of the orientation of a simulated object on a notebook PC screen using Processing program. All of the remaining data processing tasks are performed simply on an Arduino single board microcontroller which is connected serially to the notebook via a USB communication port.

Keywords: Inertial Measurement Unit, sensor fusion, Madgwick algorithm, 3D graphic display



1. บทนำ

การวัดหาแนวทิศทางการวางตัว(orientation)ของวัตถุขณะเคลื่อน ไหวเป็นขั้นตอนที่มีความจำเป็นและมีความสำคัญอย่างมากในงานด้านต่างๆอย่างหลากหลาย เช่นการหาทิศทางในการเดินทาง (navigation) ของยานอากาศ ที่ถูกต้อง การควบคุมหุ่นยนต์ (robotics) การติดตามการเคลื่อน ไหวของบุคคลเพื่อการศึกษาและวิเคราะห์ (human motion tracking and analysis) การใช้งานในประการหลังนี้จำเป็นต้องใช้เซนเซอร์ที่สามารถติดตามไปได้ตลอดเวลา ซึ่งต้องมีขนาด น้ำหนัก และไม่เป็นอุปสรรคในการเคลื่อน ไหว ทั้งยังต้องสามารถทำการวัดให้ข้อมูลได้อย่างถูกต้อง และต่อเนื่องเป็นระยะเวลาาน สัญญาณข้อมูลที่รับมาส่งผ่านช่องทางการสื่อสารแบบไร้สายหรือใช้สายผ่านมายังอุปกรณ์ประมวลผลกลางที่มีอยู่แล้วเช่น notebook PC คุณสมบัติต่างๆที่ต้องการในการใช้งานเหล่านี้จะต้องมีการเลือกใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสมสอดคล้องกับความต้องการและสิ่งที่สำคัญที่จะต้องพิจารณาอีกประการหนึ่งคือ การใช้พลังงานต่ำเพื่อลดค่าใช้จ่ายในระยะยาวและราคาที่เหมาะสม เทคโนโลยีที่เกี่ยวข้องทางด้าน การวัดการเคลื่อน ไหวและตำแหน่งที่สัดส่วนใหญ่จะใช้เซนเซอร์วัดที่ใช้หลักการของการวัดแรงเฉื่อย Inertial Measurement Unit (IMU) ซึ่งประกอบด้วย ตัววัดความเร่ง (accelerometer) และ ไจโรสโคป (gyroscope) เพื่อวัดความเร็วเชิงมุม เป็นหลัก โดยอาจมีเซนเซอร์อื่นๆเช่นเซนเซอร์วัดสนามแม่เหล็ก (magnetometer) และอุณหภูมิ ประกอบอยู่ด้วย เซนเซอร์แต่ละชนิดมีความไวต่อสัญญาณและมีค่าความคลาดเคลื่อน แบบต่างๆกัน การใช้งานจึงมักจะรวมสัญญาณต่างๆเหล่านี้เข้าด้วยกัน (data fusion) เพื่อให้ได้ค่าที่ถูกต้องที่สุดในสภาวะต่างๆกัน สำหรับ accelerometer จะทำการวัดความเร่งจากแรงโน้มถ่วง (gravity) และความเร่งจากการเคลื่อน ไหวของวัตถุ นั้นหมายถึงว่าถึงแม้ accelerometer จะให้ค่าในสถานะที่ค่อนข้างจะเสถียรก็ตาม แต่ก็จะมีไวต่อการสั่นสะเทือนและสัญญาณรบกวนแบบอื่นๆด้วย การหาค่าความเร่งทั้งสองส่วนแยกกันจะทำให้ค่อนข้างยากโดยเฉพาะเมื่อวัตถุมีความเร็ว ดังนั้น การใช้ IMU จึงมักจะใช้ สัญญาณจากไจโรมาช่วยปรับลดค่าความผิดพลาดของตัววัดความเร่ง เนื่องจากตัวมันเองมีคุณสมบัติในการวัดการหมุนเชิงมุมเป็นหลักและมีความไวต่อการเคลื่อนที่เชิงเส้นตรง แต่ทว่าไจโรเองก็ยังถูกรบกวนจากสัญญาณในรูปแบบอื่นเช่นการเคลื่อน ไหวของสัญญาณ(drift) แต่หากเมื่อมีการรวมสัญญาณจากเซนเซอร์ทั้งสองเข้าด้วยกันอย่างเหมาะสมก็อาจจะได้สัญญาณที่แสดงค่าความเอียง (inclination) ได้ถูกต้องมากกว่าการใช้ตัวเซนเซอร์วัดความเร่งเพียงอย่างเดียว วิธีการต่างๆที่นำมาใช้ในการหลอมรวมสัญญาณ(data fusion) อาจมองได้ว่ามีพื้นฐานมาจาก complementary filter ซึ่งอาจเริ่มต้นด้วยการพิจารณาจากอินทิเกรเตอร์อันดับหนึ่งซึ่งมีสมการเป็น $\dot{x} = u$ สัญญาณที่วัดได้จากสองเซนเซอร์ อาจมีรูปแบบแสดงได้ดังนี้

$$y_x = L(s)x + \mu_x, y_u = u + \mu_u + b(t) \quad (1)$$

เมื่อ $L(s)$ เป็นตัวกรองสัญญาณผ่านต่ำที่ขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของเซนเซอร์ μ เป็นสัญญาณรบกวนในการวัดทั้งสองแบบ และ $b(t)$ เป็นสัญญาณคลาดเคลื่อนในย่านความถี่ต่ำที่สามารถหาค่าได้ ตามปกติตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน $L(s)$ จะมีค่าประมาณเท่ากับ 1 ตลอดย่านความถี่ที่ทำการวัด y_x ค่า y_x และ y_u สามารถหลอมรวมกันเพื่อให้ได้ค่า \hat{x} ซึ่งเป็นค่าประมาณของ x โดยใช้ตัวกรองดังต่อไปนี้

$$\hat{x} = F_1(s)y_x + F_2(s)\frac{y_u}{s} \quad (2)$$

โดยที่ $F_1(s)$ เป็น ตัวกรองผ่านต่ำและ $F_2(s)$ เป็นตัวกรองผ่านสูง ให้สังเกตว่าค่าอัตราความเร็ว y_u จะถูกอินทิเกรตก่อนจะถูกกรองด้วย $F_2(s)$ ซึ่งเก็บเฉพาะค่าคาดคะเน (prediction) ในย่านความถี่สูง ในขณะที่ค่าของ y_u/s ในย่าน



ความถี่ต่ำจะมีค่าไม่แน่นอนเนื่องจากผลของการอินทิเกรต $\mu_n + b(t)$ ตัวกรองในรูปแบบข้างบนเรียกว่าเป็น complementary filter ถ้ามีคุณสมบัติต่อไปนี้

$$F_1(s) + F_2(s) = 1 \quad (3)$$

อาจพิจารณาอีกแบบหนึ่งได้ว่า complementary filter คือการหาค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนัก (weighted average) โดยไม่พิจารณาถึงคุณสมบัติหรือแหล่งกำเนิดที่มาของสัญญาณ วิธีการนี้จะเหมาะสำหรับกรณีที่มีสัญญาณรบกวนอยู่ในระดับต่ำ มีการใช้งานที่ไม่ต้องการความละเอียดมากและมีข้อจำกัดด้านของตัวประมวลผล อัลกอริทึมในการหาค่าทิศทาง การเคลื่อนไหว (orientation) อีกวิธีหนึ่งที่ได้รับการยอมรับและถูกนำมาใช้อย่างแพร่หลายและได้ผลดีคือการใช้ Kalman filter แต่ข้อด้อยคือมีภาระการคำนวณมากกว่าวิธีอื่นทั้งนี้เพราะจำนวนสถานะ (states) ในเซนเซอร์ที่ทำการวัดใน 3 มิติรวมทั้งอัตราสุ่ม (sampling rate) ที่ต้องใช้ค่อนข้างสูง จึงอาจไม่เหมาะกับตัวประมวลผลในระดับไมโครคอนโทรลเลอร์ขนาดเล็ก

จากความต้องการในการใช้งานของ IMU ในด้านต่างๆที่เพิ่มสูงขึ้นแต่ในขณะเดียวกันก็พบว่าการใช้เทคนิคของ Kalman filter ทำได้ยากบน platform ของไมโครคอนโทรลเลอร์และระบบเซนเซอร์ที่มีคุณภาพต่ำโดยเฉพาะความไม่เป็นเชิงเส้นของระบบและคุณสมบัติของสัญญาณรบกวนที่ไม่ได้มีคุณสมบัติเป็นเกาส์อย่างแท้จริงทำให้ผลการรวมสัญญาณไม่ดีเท่าที่ควร (Sabatini, 2006) ทำให้เกิดการวิจัยค้นหาแนวทางใหม่ที่หลีกเลี่ยงข้อด้อยเหล่านี้ ผลงานหนึ่งที่ได้รับ ความสนใจ (Mahony & Hamel, 2008) เสนอการออกแบบ complementary filter ในสองรูปแบบคือ direct และ passive และแสดงตัวอย่างการนำไปใช้ในอากาศยานไร้คนขับ (unmanned aerial vehicle, UAV) ผลงานในลำดับต่อมา (Madgwick, Harrison, & Vaidyanathan, 2011) ได้เสนออัลกอริทึมเพื่อคำนวณหาค่าความเอียง (orientation) โดยใช้เทคนิคของ gradient descent ที่หลีกเลี่ยงการใช้รูปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการคำนวณตามแบบของ Kalman filter โดยระบุว่าได้ผลลัพธ์ที่มีความถูกต้องเทียบเท่ากัน แต่มีภาระในการคำนวณน้อยกว่าและสามารถใช้อัตราการสุ่มสัญญาณต่ำทำให้เหมาะที่จะนำมาใช้กับไมโครคอนโทรลเลอร์ขนาดเล็กที่ใช้ในการพกพาได้ บทความนี้จึงได้พิจารณาการนำเอาอัลกอริทึมแบบ Madgwick มาใช้งานบน platform ของไมโครคอนโทรลเลอร์แบบที่นิยมใช้อยู่ในวงการศึกษาคือ Arduino

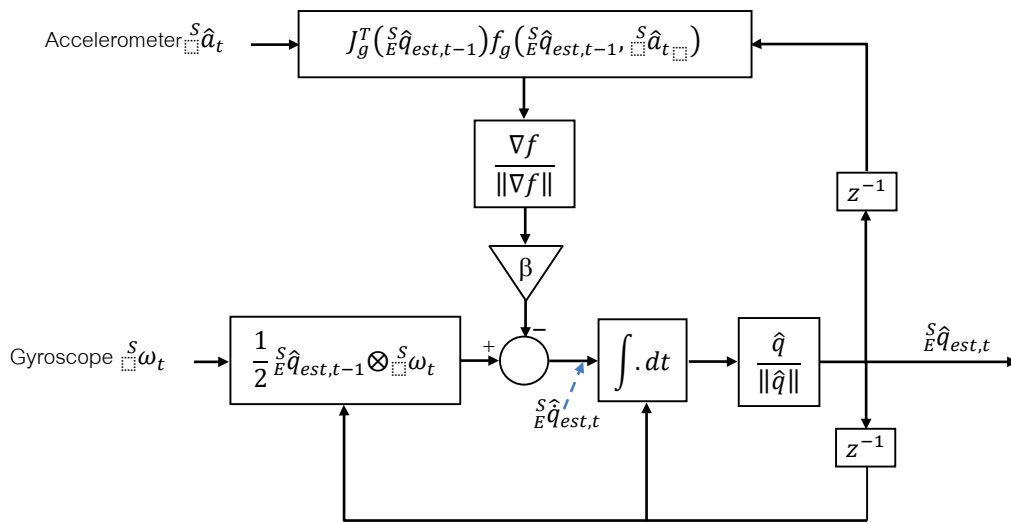
หลักการทำงานของ Madgwick Algorithm

ในกรณีของการวัด orientation ซึ่งใช้เฉพาะ ตัววัดความเร่ง และไจโรสโคป จะสามารถแสดงหลักการได้ดังรูปที่ 1 ในภาพกว้าง Madgwick algorithm อาจมองได้ในลักษณะของฟิลเตอร์ ที่มีสัญญาณเข้าหลักคือสัญญาณความเร็วเชิงมุม จากไจโรซึ่งเป็นเวกเตอร์ความเร็วเชิงมุม (rad/sec) 3 แกน ดังนี้

$${}^S\omega_t = [0 \quad \omega_{x,t} \quad \omega_{y,t} \quad \omega_{z,t}] \quad (4)$$

โดย leading superscript S หมายถึงค่าที่เทียบกับเฟรมของเซนเซอร์ ค่าอนุพันธ์ในหน่วยของ quaternion (Chou, 1992) แสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงของเฟรมหลัก (earth frame E) เทียบกับเฟรมของเซนเซอร์ S สามารถเขียนได้ว่า

$${}^E\dot{q}_{\omega,t} = \frac{1}{2} {}^S\hat{q}_{est,t-1} \otimes {}^S\omega_t \quad (5)$$



รูปที่ 1 บล็อกไดอะแกรมแสดง โครงสร้างของ Madwick filter

เครื่องหมาย \otimes แสดงการคูณในแบบของ quaternion, $\hat{q}_{est,t-1}$ คือค่าของ normalized quaternion (แสดงด้วย \wedge) ที่ได้จากการคำนวณทิศทางในขณะเวลาก่อนหน้า ($t-1$) ในรูปล่างเป็นการประมาณค่าของทิศทางในหน่วย quaternion $\hat{q}_{est,t}$ โดยการอินทิเกรตสมการ (5) ทั้งนี้ได้มีการปรับปรุงค่าโดยนำเอาผลลัพธ์จากค่าที่อ่านจาก accelerometer ในรูปบน กล่าวคือ s^a_t มาใช้โดยผ่านกระบวนการปรับด้วยวิธีการของ gradient descent technique ที่มี objective function $f(..)$ ร่วมกับ Jacobian $J(..)$ เป็นตัวกำหนดสัดส่วนการแก้ไขในแต่ละจังหวะการสุ่มค่า ส่วน objective function $f(..)$ มีรูปแบบที่ปรับแล้วดังต่อไปนี้

$$f_g(s^q, s^a) = \begin{bmatrix} 2(q_2q_4 - q_1q_3) - a_x \\ 2(q_1q_2 + q_3q_4) - a_y \\ 2(\frac{1}{2} - q_2^2 - q_3^2) - a_z \end{bmatrix} \quad (6)$$

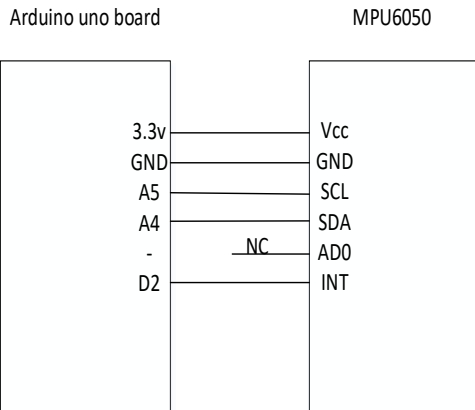
จะสังเกตได้ว่าระบบมีความเสถียรด้วยหลักการหาค่า objective function กล่าวคือความต่างระหว่างค่าของ accelerometer ที่คำนวณได้และที่วัดได้ที่น้อยที่สุด

2. วัตถุประสงค์การวิจัย

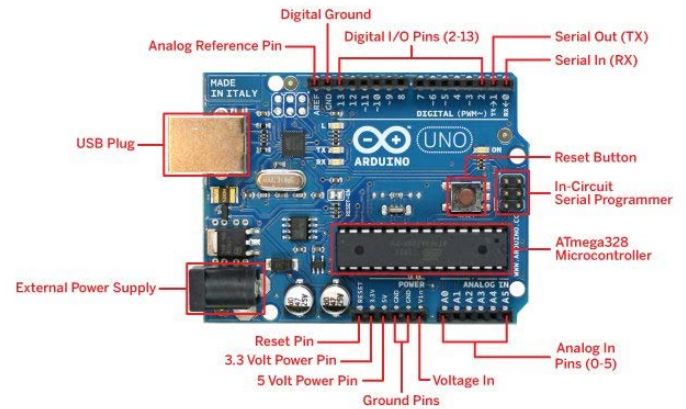
วัตถุประสงค์ของการวิจัยนี้เพื่อทำการศึกษาวิธีการวัดค่าตำแหน่งการเอียงของวัตถุโดยใช้เซนเซอร์ที่อาศัยหลักการของการวัดแรงเฉื่อย รวมทั้งการต่ออุปกรณ์ฮาร์ดแวร์ต่างๆที่จำเป็น รวมไปถึงการศึกษาคุณสมบัติต่างๆของเซนเซอร์ การแก้ความคลาดเคลื่อนในการอ่านค่า ทฤษฎีเบื้องต้นในการหลอมรวมสัญญาณและการแสดงผลการวัดในรูปแบบที่ง่ายต่อการตรวจสอบในรูปของกราฟฟิคเพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาวิจัยที่จะมีในขั้นต่อไป

3. ขั้นตอนการวิจัย

ในการวิจัยมีการใช้ฮาร์ดแวร์ต่างๆประกอบด้วย IMU แบบ MPU6050 ซึ่งประกอบด้วย accelerometer และ gyro นำมาใช้ร่วมกับ Arduino Uno MPU board โดยส่วนที่สำคัญจะแสดงได้ตามรูปที่ 2(a) และ (b)



2(a)



2(b)

รูปที่ 2 (a) การอินเตอร์เฟสระหว่าง MPU6050 IMU และ Arduino (b) แสดงรายละเอียดของ Arduino board

ระบบฮาร์ดแวร์ประกอบด้วย notebook computer, Arduino board, IMU sensor โดยมี การเชื่อมต่อระหว่าง notebook PC และ Arduino board ด้วย USB serial interface
การทำงานของโปรแกรมการรวมสัญญาณอาจสรุปได้เป็นขั้นตอนดังนี้

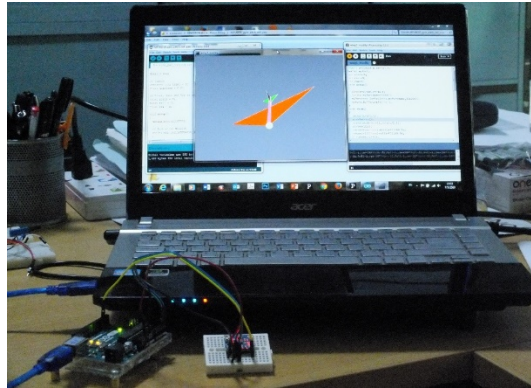
1. ทำการวัด ค่าเอาต์พุต ของ accelerometer และ gyro คือ a, ω รวมทั้งหมด 6 ค่า
2. ทำการ normalize ค่า $a \hat{=} \hat{a}$
3. คำนวณ อัตราการเปลี่ยนแปลง
 $\delta q = \frac{1}{2} q \otimes \omega$
4. คำนวณค่าปรับแก้ $\nabla f = J^T(\cdot) f(\cdot)$
5. ทำการ normalize $\nabla f = (\nabla f / \|\nabla f\|)$
6. คำนวณค่าอนุพันธ์ quaternion ที่ปรับแก้แล้ว
 $\Delta q / \Delta t = \delta q' = \delta q - \beta \nabla f$
7. อินทิเกรตค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงโดยใช้ $\dot{q} = \delta q'$
 $q_n = q_{n-1} + \delta q' \Delta t$
8. ทำการ normalize quaternion q
9. ทวนซ้ำจากข้อ 1 และเนื่องจากได้ทำการ normalize quaternion แล้ว จึงทำให้การคำนวณซ้ำในขั้นตอนที่ 4 ในรอบต่อไปลดลง ได้อีกมาก

การแสดงผล

เพื่อให้การแสดงผลของการวัดตำแหน่งแนวทิศทางของวัตถุเป็นการวัดในเวลาจริง มีลักษณะที่เข้าใจง่าย และรวดเร็วเสมือนสภาพการใช้งานจริงที่ต้องการเฝ้าติดตามวัตถุขณะเคลื่อนไหว จึงมีการใช้โปรแกรม Processing เพื่อสร้างกราฟฟิคที่มีลักษณะเข้าใจได้ง่ายๆ เพื่อแสดงผลของ orientation ในการส่งผ่านค่า orientation ของวัตถุให้กับโปรแกรม Processing จะต้องทำการแปลงค่า quaternion ให้เป็นค่ามุม Euler (yaw, pitch, roll) เสียก่อนด้วย



4. ผลการวิจัย



รูปที่ 3 แสดงส่วนประกอบอุปกรณ์และผลการทดลอง

รูปที่ 3 แสดงถึงส่วนประกอบฮาร์ดแวร์ต่างๆในการทดสอบการทำงานของระบบซึ่งได้แก่ IMU sensor board MPU6050, Arduino Uno microcontroller board, และ notebook PC โดยภาพหน้าจอใน foreground แสดงรูปภาพของวัตถุจำลองแทน sensor board ที่ใช้ในการทดลอง สำหรับการพัฒนาโปรแกรมเพื่อการเก็บข้อมูล การรวมสัญญาณการสื่อสารข้อมูลระหว่าง Arduino และ notebook ใช้ภาษา C ใน Arduino IDE package ซึ่ง binary code จะถูก download และทำงานอยู่บน Arduino board ส่วนการสร้างและแสดงกราฟฟิค ใช้ Processing 2 (v. 2.2.1) ที่สามารถพัฒนาร่วมกันได้ ใน Arduino IDE

ผลการทดลองการทำงานของโปรแกรมในส่วนต่างๆเป็นไปตามหลักการที่บรรยายมาข้างต้นซึ่งกล่าวได้ว่าการทดลองประสบผลสำเร็จเป็นอย่างดีในเชิงคุณภาพ กล่าวคือการเคลื่อนไหวของรูปภาพมีทิศทางชี้แบบ 3 มิติที่สอดคล้องตามการเคลื่อนที่ของบอร์ดเซนเซอร์ MPU6050 แต่ไม่มีการแสดงการเคลื่อนที่ตามแนวตรง (translation) ซึ่งเป็นไปตามข้อจำกัดของเซนเซอร์เอง ส่วนขนาดของมุมที่วัตถุหมุนไปนั้นจะไม่สามารถอ่านได้แม่นยำบนจอได้ เนื่องจากอุปกรณ์ต่างๆรวมถึงเซนเซอร์ต้องมีการ calibrate อย่างทั่วถึงเสียก่อน ซึ่งเป็นขั้นตอนที่ต้องใช้เวลานาน

5. สรุปและข้อเสนอแนะ

บทความนี้ได้รายงานวิธีการใช้เซ็นเซอร์ IMU ในรูปแบบของ MEMS (Micro-electro-mechanical-system) เพื่อวัดตำแหน่งทิศที่วัตถุกระทำในระนาบ 3 มิติ โดยเน้นด้านการหลอมรวมสัญญาณจากสองเซนเซอร์กล่าวคือ เซนเซอร์วัดความเร่งและเซนเซอร์วัดความเร็วเชิงมุม โดยใช้เทคนิคของ Madgwick สัญญาณจากสองเซนเซอร์มีค่าเชิงซ้อนที่จะต้องนำมาพิจารณาาร่วมกัน 6 ค่า (6 degrees of freedom) ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์การแสดงค่าในหน่วยของ quaternion จะช่วยทำให้การคำนวณลดความซับซ้อนลงและสามารถหลีกเลี่ยงจุดที่เป็นปัญหาในทางคำนวณ (singular point) ได้ และในขั้นสุดท้ายคือการแสดงผลในขณะเวลาวัดในแบบกราฟฟิคเพื่อการติดตามและควบคุม (tracking and control) ผลการวิจัยที่แสดงจะเป็นพื้นฐานทางความรู้และความเข้าใจที่สำคัญเพื่อการพัฒนาปรับปรุงและประยุกต์ในขั้นต่อไปโดยแนวทางในการพัฒนาในอนาคตมีความหลากหลายทั้งในด้านการแสดงผลและการประมวลผล โดยเฉพาะการวัดระยะทางในการเคลื่อนที่ของวัตถุซึ่งนับเป็นอีกหนึ่งหัวข้องานวิจัยที่น่าสนใจ



เอกสารอ้างอิง

- Baldwin, G., Mahony, R., Trunpf, J., Hamel, T., & Cheviron, T. (2007). Complementary Filter Design on the Special Euclidean Group SE(3). In *Proc. of the European Control Conference* (Vol. 1, pp. 3763–3770). Seville, Spain: IEEE. Retrieved from <http://users.cecs.anu.edu.au/~trunpf/pubs/BalMahTruHamThi-ECC2007.pdf>
- Chou, J. C. K. (1992). Quaternion Kinematic and Dynamic Differential Equations. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, 8(1), 53–64.
- Madgwick, S. O. H., Harrison, A. J. L., & Vaidyanathan, R. (2011). Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm. In *IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics*.
<https://doi.org/10.1109/ICORR.2011.5975346>
- Mahony, R., & Hamel, T. (2008). Nonlinear Complementary Filters on the Special Orthogonal Group. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 53(5), 1203–1218.
- OlliW's. (2013). IMU Data Fusing: Complementary, Kalman, and Mahony Filter. Retrieved January 1, 2016, from <http://www.olliw.eu/2013/imu-data-fusing/>
- Sabatini, A. M. (2006). Quaternion-Based Extended Kalman Filter for Determining Orientation by Inertial and Magnetic Sensing. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 53(7), 1346–1356.
<https://doi.org/10.1109/TBME.2006.875664>
- Stoffregen, P. (2016). jrowberg/i2cdevlib. Retrieved July 12, 2017, from https://github.com/jrowberg/i2cdevlib/tree/master/Arduino/MPU6050/examples/MPU6050_DMP6
- Quaternion Math*. (n.d.). Retrieved from http://www.vectornav.com/docs/default-source/documentation/vn-100-documentation/AN002.pdf?sfvrsn=19ee6b9_10