แบบจำลองค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตรของกลยุทธ์การลงทุนเพื่อประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุนรูปแบบ CPPI

Model for Dynamic Multipliers of CPPI Strategy

กาญจนา จงจิตร์[1] และ สมพร ปั่นโภชา[2]

[1] สาขาวิชาวิศวกรรมการเงิน คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย, kanchana.chong96@gmail.com

[2] สาขาวิชาวิศวกรรมการเงิน คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย, somporn_punpocha@yahoo.com

----

บทคัดย่อ

การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์คือ 1) เพื่อศึกษาการหาค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตรของกลยุทธ์การลงทุนเพื่อประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุนรูปแบบ CPPI (Constant Proportion Portfolio Insurance) ด้วยการควบคุมความเสี่ยงของมูลค่าความเสียหายที่เกิดขึ้นให้ไม่ต่ำกว่ามูลค่าความเสียหายสูงสุดที่ยอมรับได้ (Gap Risk Management) ณ วันสุดท้ายของการลงทุนที่ระดับความเสี่ยง (α) 0.01 โดยใช้แบบจำลอง GARCH(1,1) และทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme Value theory) ในการหาค่าคงที่ความเสี่ยงที่มีการควบคุม Gap Risk และ 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุนให้ไม่ต่ำกว่ามูลค่าพอร์ตการลงทุนที่กำหนดไว้เป็นขั้นต่ำระหว่างกลยุทธ์ที่มีค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตรที่มีการควบคุม Gap Risk กับกลยุทธ์ที่มีค่าคงที่ความเสี่ยงแบบคงที่ตลอดระยะเวลาของการลงทุน

จากการศึกษาพบว่า กลยุทธ์การลงทุนที่มีค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตรที่มีการควบคุม Gap Risk ที่ระดับความเสี่ยง 0.01 สามารถประกันได้ว่ามูลค่าพอร์ตการลงทุน ณ วันสุดท้ายของการลงทุนไม่ต่ำกว่ามูลค่าพอร์ตการลงทุนที่กำหนดไว้เป็นขั้นต่ำได้อย่างแน่นอน ในขณะที่ กลยุทธ์การลงทุนที่มีค่าคงที่ความเสี่ยงแบบคงที่ตลอดระยะเวลาของการลงทุนไม่สามารถประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุนให้ไม่ต่ำกว่ามูลค่าพอร์ตการลงทุนที่กำหนดไว้เป็นขั้นต่ำได้ในบางค่าคงที่ความเสี่ยง

คำสำคัญ: กลยุทธ์การลงทุนเพื่อประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุนรูปแบบ CPPI, ค่าคงที่ความเสี่ยง, ทฤษฎีค่าสุดขีด

ABSTRACT

The objectives of the study were: 1) to find dynamic multiplier of CPPI strategy for gap risk management which is measured as the probability that the value loss of portfolio is not leaser than acceptable maximum loss at risk level as 0.01 in the last day of investment by using GARCH(1,1) and extreme value theory (EVT) for determining multiplier with gap risk management and 2) to compare the ability of risk insurance of dynamic multiplier of CPPI strategy along with control gap risk with constant multiplier of CPPI strategy over period of investment.

The results of study indicated that dynamic multiplier strategy along with control gap risk at risk level 0.01 can guarantee that the portfolio value is not leaser than the minimum acceptable value, whereas the

constant multiplier strategy over period of investment cannot guarantee portfolio value in some multiplier.
Keywords: CPPI Strategy, Multiplier, Extreme Value Theory

1. บทนำ

การลงทุนในตลาดหลักทรัพย์มีโอกาสที่ผู้ลงทุนจะไม่ได้รับผลตอบแทนตามที่คาดหวังไว้เนื่องจากความไม่แน่นอนของการขึ้นลงของราคาหลักทรัพย์ที่ไม่สามารถคาดเดาได้ กลยุทธ์การลงทุนเพื่อประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุนจึงเป็นที่ต้องการของผู้ลงทุนที่มีประสบการณ์การขาดทุนจำนวนมากจากการลงทุนในหลักทรัพย์ที่มีความเสี่ยง ซึ่งกลยุทธ์การลงทุนเพื่อประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุนที่เรียบง่ายและตรงไปตรงมาที่ผู้ลงทุนแม้ไม่มีความรู้ทางเทคนิคก็สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ คือกลยุทธ์ CPPI (Constant Proportion Portfolio Insurance) (อัญญา ขันธวิทย์, 2553) หากนักลงทุนเกิดการขาดทุนสะสมจำนวนมากก็จะมีโอกาสทำให้มูลค่าพอร์ตการลงทุน ณ วันสุดท้ายของการลงทุนต่ำกว่ามูลค่าพอร์ตการลงทุนที่กำหนดไว้เป็นขั้นต่ำได้ ถึงแม้นักลงทุนจะวางแผนการลงทุนมาอย่างดีแล้วก็ตาม ดังนั้นการควบคุมความเสี่ยงในส่วนนี้จึงเป็นสิ่งสำคัญ ต่อมานักวิจัยจึงได้ปรับปรุงแบบจำลองเพื่อศึกษาพฤติกรรมในช่วงที่ผลตอบแทนเกิดการเบี่ยงเบนสูง (Extreme Events) เพื่อให้สามารถนำแบบจำลองทางการเงินไปใช้ในช่วงวิกฤตได้ มีทฤษฎีหลักที่ใช้กันอย่างกว้างขวาง คือ ทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme Value Theory: EVT) ซึ่งเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองการกระจาย ในปัจจุบันทฤษฎีค่าสุดขีดเริ่มได้รับความสนใจและถูกนำมาประยุกต์ใช้ทางการเงิน เพราะมีความสามารถในการวิเคราะห์พฤติกรรมของผลตอบแทนกรณีมีค่าเบี่ยงเบนสูง (Lin, 2011) ซึ่งทฤษฎีค่าสุดขีดเหมาะสำหรับใช้ในการนำมาวิเคราะห์พฤติกรรมของตัวแปรสุ่มที่มีผลจากเหตุการณ์ที่ไม่เกิดขึ้นบ่อย (Extreme Events) ซึ่งในทางการเงิน เหตุการณ์วิกฤตเหล่านี้ได้ส่งผลกระทบที่รุนแรงต่อตลาด ถึงแม้ว่าวิกฤตไม่เกิดขึ้นบ่อย เกิดได้ยาก (Extreme Event) และไม่แน่นอน (McNeil, 1998) แต่ก็มีความสำคัญ และก่อนการนำผลตอบแทนของหลักทรัพย์มาปรับปรุงตามตัวแบบ EVT นักวิจัยได้ปรับปรุงข้อมูลเพื่อลดความผันผวนต่อเวลา (Time Invariant) และความสัมพันธ์ของความแปรปรวนที่เกิดขึ้นก่อนหน้า โดยใช้ตัวแบบ GARCH (Generalized Autoregressive and Conditional Heteroscedasticity) ดังนั้น ในการวิเคราะห์พฤติกรรมตลาดในช่วงวิกฤตจึงควรให้ความสำคัญในการลดความผันผวนเป็นชุด ๆ ซึ่งสามารถคัดกรองได้ด้วยแบบจำลอง GARCH (Monica Singhania & Jugal Anchalia, 2013; Tsay, 2010)

1.1. กลยุทธ์การลงทุนเพื่อประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุนแก่ผู้ลงทุนรูปแบบ CPPI

กลยุทธ์ CPPI (Constant Proportion Portfolio Insurance) เป็นกลยุทธ์ที่ผู้ลงทุนต้องคำนวณจำนวนเงินส่วนต่าง (Cushion) ระหว่างมูลค่าของเงินลงทุนและมูลค่าพอร์ตการลงทุนขั้นต่ำก่อน (Floor หรือ Guarantee Value หรือ Insured Value) และกำหนดระยะเวลาที่ผู้ลงทุนต้องการลงทุน จากนั้นให้ผู้ลงทุนกำหนดค่าคงที่ (Constant Multiplier) ขึ้นค่าหนึ่งตลอดระยะเวลาการลงทุน ซึ่งกลยุทธ์นี้จะทำให้นักลงทุนมีโอกาสในการเสียโอกาสในการทำกำไรในขณะที่ตลาดขาขึ้นและขาดทุนเมื่อตลาดขาลง เนื่องจากผู้ลงทุนจะกระจายการลงทุนในหลักทรัพย์ที่มีความเสี่ยงและไม่มีความเสี่ยง และปรับน้ำหนักการลงทุนให้เป็นไปตามกลยุทธ์ จนกว่าจะถึงสุดท้ายของการลงทุน โดยผู้ลงทุนจะกำหนดมูลค่าพอร์ตการลงทุนให้มีระดับสูงสุดไม่เกินระดับผลตอบแทนที่ได้จากการลงทุนในหลักทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยง และสำหรับกลยุทธ์การลงทุนเพื่อประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุนรูปแบบ CPPI จะกำหนดค่าคงที่ความเสี่ยงเป็นค่าคงที่ตลอดระยะเวลาในการลงทุนไม่ว่าราคาหลักทรัพย์อ้างอิงที่มีความเสี่ยงจะขึ้นหรือลดลงก็ตาม

การกำหนดค่าคงที่ความเสี่ยง (m) มีบทบาทสำคัญต่อกลยุทธ์การลงทุนเพื่อประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุนรูปแบบ CPPI เนื่องจากมีผลโดยตรงต่อความเสี่ยงที่เกิดขึ้น (Risk Profile) ยิ่งค่าคงที่ความเสี่ยงมาก ยิ่งมีความสี่ยงสูงมาก ในกรณีที่ราคาหลักทรัพย์อ้างอิงที่มีความเสี่ยงลดลง จะทำให้มูลค่าของพอร์ตการลงทุน (Portfolio) ลดลง และผู้ลงทุนต้องพึงระลึกว่า มูลค่าพอร์ตการลงทุนที่ได้รับจริง จะได้รับการประกันว่ามูลค่าพอร์ตการลงทุนจะไม่ต่ำกว่าระดับที่กำหนดขั้นต่ำ ซึ่งเป็นเงื่อนไขที่จะเกิดขึ้นจริงในวันสุดท้ายของการลงทุนเท่านั้น ในช่วงเวลาก่อนหน้าวันนั้นมูลค่าพอร์ตการลงทุนอาจจะมีระดับต่ำมูลค่าพอร์ตการลงทุนขั้นต่ำได้ (อัญญา ขันธวิทย์, 2553)

การควบคุมไม่ให้มูลค่าของพอร์ตการลงทุนต่ำกว่าระดับมูลค่าพอร์ตการลงทุนที่กำหนดไว้เป็นขั้นต่ำ (Gap Risk) โดยความเสียหายสูงสุดที่ยอมรับได้ในแต่ละช่วงเวลาคือ $1/m$ ดังนั้นเราสามารถนิยาม Gap Risk ว่า " ความเป็นไปได้ของการเสียหายจากหลักทรัพย์ที่มีความเสี่ยง (Asset Loss) มากกว่าหรือเท่ากับ $1/m$"

ถ้าให้ P_t เป็นมูลค่าพอร์ตการลงทุนขั้นต่ำ (Guarantee Value หรือ Insured Value) ในแต่ละช่วงเวลา t มีค่าเท่ากับการคิดลด (Discount) ด้วยอัตราผลตอบแทนจากการลงทุนในหลักทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยง r_f จากมูลค่าพอร์ตการลงทุนขั้นต่ำ F ที่กำหนดไว้ โดยที่ $F \leq V_0 e^{r_f T}$ นั่นคือมูลค่าพอร์ตการลงทุนที่กำหนดไว้เป็นขั้นต่ำ ณ วันสุดท้าย T จะต้องไม่เกินผลตอบแทนที่ได้จากการลงทุนในหลักทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยง เมื่อ V_0 เป็นมูลค่าการลงทุน ณ เวลาเริ่มต้น t_0 ดังนั้นมูลค่าพอร์ตการลงทุนขั้นต่ำ ณ เวลา t เขียนได้ตามสมการที่ (1.1)

$$P_t = F(1 + r_f)^{-(T-t)} \tag{1.1}$$

การจัดสรรเงินลงทุนของกลยุทธ์มี 2 กรณี ณ ช่วงเวลา t คือ

กรณี 1 $V_t > P_t$ นั่นคือ มูลค่าการลงทุนในหลักทรัพย์ที่มีความเสี่ยง E_t มีค่าเท่ากับ
$E_t = m(V_t - P_t)$ เมื่อ m คือค่าคงที่ความเสี่ยง (Multiplier)

กรณี 2 $V_t \leq P_t$ นั่นคือ มูลค่าการลงทุนในหลักทรัพย์ที่มีความเสี่ยงทั้งหมดเท่ากับ $E_t = 0$

ซึ่งในกรณี 2 ถ้ามูลค่าของพอร์ตการลงทุน P_t ต่ำกว่าระดับมูลค่าพอร์ตการลงทุนขั้นต่ำที่กำหนดไว้ V_t จะถือว่าการลงทุนด้วยกลยุทธ์การลงทุนเพื่อประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุน CPPI ล้มเหลว

ถ้าพิจารณาการจัดสรรเงินลงทุนเป็นช่วง ๆ โดยแบ่งเวลา $(0, T)$ ออกเป็น n ช่วง คือ $t_0^n = 0 < t_1^n < \cdots < t_n^n = T, t_{k+1}^n - t_k^n = T/n$ เมื่อ n คือจำนวนครั้งในการจัดสรรการลงทุนในพอร์ตการลงทุน และให้ $x_k = \frac{P_{t_k} - P_{t_{k+1}}}{P_{t_k}}$ เป็นความเสียหายจากหลักทรัพย์ที่มีความเสี่ยง ณ ช่วงเวลา (t_k, t_{k+1}) ซึ่งกลยุทธ์การลงทุนเพื่อประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุน CPPI จะล้มเหลว ถ้า $V_t < P_t$ และมูลค่าการลงทุน ณ เวลา t_{k+1} เป็นไปตามสมการ

$$\begin{aligned} V_{t_{k+1}} &= m_{t_k}(1 - x_k) + (V_{t_k} - m_k)(1 + r_f) \\ &= m(V_{t_k} - P_{t_k})(1 - x_k) + [V_{t_k} - m(V_{t_k} - P_{t_k})](1 + r_f) \geq P_{t_{k+1}} \end{aligned} \tag{1.2}$$

เพื่อง่ายต่อการคำนวณ กำหนดให้ค่า r_f มีขนาดเล็กและ $P_{t_{k+1}} \approx P_{t_k}$ สำหรับ T/n มีขนาดเล็ก จึงสามารถหาค่าความเสียหายสูงสุดระหว่างสองค่านี้ นั่นคือ $x_k \leq 1/m$ (D. N. Cédric et al., 2021)

1.2. แบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)

แบบจำลอง GARCH เป็นแบบจำลองที่มีความเสี่ยงแบบมีเงื่อนไขและความผันผวนที่เกิดขึ้นของข้อมูลในอดีต และแบบจำลองที่เป็นที่นิยมใช้คือ แบบจำลอง GARCH(1,1) (V. Sowdager & J. Narsoo, 2017) ดังแสดงในสมการ (1.3) เมื่อ μ และ σ^2 เป็นค่าคาดหวังและค่าความแปรปรวน ตามลำดับ และ ω , α_1, β_1 เป็นค่าคงที่

$$\begin{cases} x_k = \mu + \sigma_k z_k \\ \sigma_k^2 = \omega + \alpha_1 x_{k-1}^2 + \beta_1 \sigma_{k-1}^2 \end{cases} \tag{1.3}$$

โดย x_k คือ ค่าความเสียหาย ณ เวลา k, x_{k-1}คือ ค่าความเสียหาย ณ เวลา k -1, σ_k คือส่วนเบี่ยงเบน ณ เวลา k , σ_{k-1}^2 คือค่าความแปรปรวน ณ เวลา k-1 และ z_k คือตัวแปรรบกวนขาว (White Niose) ที่มีคุณสมบัติ i.i.d. (Independent and Identically Distribution) นั่นคือตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงเหมือนกันและเป็นอิสระต่อกัน (Hamdi, 2018)

1.3. ทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme Value Theorem)

เป็นทฤษฎีที่กล่าวถึงคุณสมบัติของเหตุการณ์ที่มีตัวแปรสุ่ม ซึ่งจัดอยู่ในลักษณะที่เรียกว่า “ค่าสุดขีด” อาจจะเป็นค่าสูงสุดหรือต่ำสุดก็ได้พร้อมทั้งศึกษารูปแบบการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มเหล่านี้ การวิเคราะห์ข้อมูลเมื่อข้อมูลมีค่าสุดขีด (Extreme Value) เกิดขึ้น นักวิเคราะห์ส่วนใหญ่จะตัดข้อมูลส่วนนั้นทิ้งไปไม่นำมาพิจารณา เนื่องจากมีความซับซ้อนและยุ่งยากในการวิเคราะห์ แต่ในความเป็นจริง ถ้าต้องการทราบถึงความน่าจะเป็นในการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ที่มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุดซึ่งอยู่ในส่วนของปลายหางซึ่งมีค่าน้อยมาก จากงานวิจัยต่าง ๆ จึงสรุปได้ว่าการวิเคราะห์ค่าสุดขีดจะช่วยในการประกอบการตัดสินใจและหาแนวทางในการป้องกัน และแก้ไขสถานการณ์ต่าง ๆ เช่น ด้านเศรษฐศาสตร์ได้นำทฤษฎีค่าสุดขีดช่วยประเมินค่าและราคาของการทำประกัน (Insurance) เมื่อพิจารณาโอกาสของเหตุการณ์ที่ก่อให้เกิดความหายนะอย่างใหญ่หลวงที่อาจจะเกิดขึ้น ถึงแม้ในความเป็นจริงแล้วเหตุการณ์เหล่านี้มีโอกาสจะเกิดขึ้นได้ยากก็ตาม หรือใช้ทฤษฎีนี้เพื่อประมาณมูลค่าของความเสี่ยง (Value at Risk: VaR) ในสถาบันการเงิน และบริษัทที่มีการลงทุนด้านหลักทรัพย์หรือสินทรัพย์ (อรุณ แก้วมั่น, 2015)

1.4. การแจกแจงพาเรโต (Pareto Distribution)

การแจกแจงพาเรโตแสดงได้สมการที่ (1.4) ดังนี้

$$G_{\epsilon,u}(y) = \begin{cases} 1 - (1 + \frac{y}{u})^{-\epsilon}, \ y \geq 0 \\ 0, \ y < 0 \end{cases} \tag{1.4}$$

กำหนดให้ $y = z - u$ และการกำหนดค่า Threshold (u) และ Epsilon (ϵ) หาได้จากสมการที่ (1.5)

$$e_N(u) = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i Ind(z_i > u)}{\sum_{i=1}^{N} Ind(z_i > u)} - u \text{ และ } \in_N (u) = \frac{\sum_{i=1}^{N} Ind(z_i > u)}{\sum_{i=1}^{N} \left[\ln\left(\frac{z_i}{u}\right) Ind(z_i > u)\right]} \tag{1.5}$$

โดยที่ $z_i > 0$ เราจะได้ฟังก์ชันการแจกแจงความเสียหายส่วนเกิน $F_u(y)$ ซึ่งเป็นการแจกแจงความเป็นไปได้แบบสะสมของความเสียหายที่เกิดในทางขวา $(z > u)$ แสดงดังสมการที่ (1.6) (D. N. Cédric et al., 2021; Beirlant et al., 2004)

$$F_u(y) = \Pr(z - u \leq y |\ z > u) = \frac{F_z(z)-F(u)}{1-F(u)}$$

(1.6)

$F(y)$ แสดงถึงฟังก์ชันการแจกแจงแบบสะสม (Cumulative Distribution Function) ของตัวแปร y และเมื่อ $u \rightarrow z_+$ จะได้ $F_u(y) \rightarrow G_{\epsilon,u}(y)$ โดยที่ z_+ เป็นจุดสุดขีด (Extreme Point) ของ F_z และจะได้ฟังก์ชันการแจกแจงส่วนหาง (The Tail Distribution Function) ดังสมการที่ (1.7)

$$F_z(z) = [1 - F(u)]G_{\epsilon,u}(y) + F(u) \tag{1.7}$$

โดยที่ N คือ จำนวนตัวอย่าง N_u คือ จำนวนตัวอย่างที่เกินค่า Threshold (u) และจากข้อมูลเชิงประจักษ์ (Empirical Data) สามารถประมาณค่า $F(u)$ได้จากสมการที่ (1.8) และจะได้ฟังก์ชันการประมาณค่าการแจกแจงส่วนหางแบบสะสม (The Estimation of Tail Cumulative Distribution) ดังสมการที่ (1.9) (D. N. Cédric et al., 2021;Guanyang Xing et al., 2014; S. Ghosh & S. Resick, 2010)

$$F(u) = \frac{N - N_u}{N} \tag{1.8}$$

$$\begin{aligned} F_z(z) &= \frac{N_u}{N}\left[1 - \left(1 + \frac{y}{u}\right)^{-\epsilon}\right] + \left(1 - \frac{N_u}{N}\right) \\ &= 1 - \frac{N_u}{N}(1 + \frac{z-u}{u})^{-\epsilon} \end{aligned} \tag{1.9}$$

ถ้ากำหนดให้ $F_z(z) = 1 - \alpha$ และ $\frac{z}{u} = (\alpha\frac{N}{N_u})^{-1/\epsilon}$

จะได้

$$F_z^{-1}(1-\alpha) = u(\alpha\frac{N}{N_u})^{-1/\epsilon} \tag{1.10}$$

2. วัตถุประสงค์การวิจัย

2.1. เพื่อหาค่าคงที่ความเสี่ยง (Multiplier) แบบพลวัตรของกลยุทธ์การลงทุนเพื่อประกันผลตอบแทน CPPI ด้วยการควบคุมความเสี่ยงของการเป็นไปได้ที่มูลค่าพอร์ตการลงทุนจะต่ำกว่ามูลค่าพอร์ตการลงทุนที่กำหนดไว้เป็นขั้นต่ำ (Gap Risk)

2.2. เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพความสามารถในการประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุนให้ไม่ต่ำกว่ามูลค่าพอร์ตการลงทุนที่กำหนดไว้เป็นขั้นต่ำระหว่างกลยุทธ์การลงทุนที่มีค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตรและมีการควบคุม Gap Risk กับกลยุทธ์การลงทุนที่มีค่าคงที่ความเสี่ยงแบบค่าคงที่ตลอดระยะเวลาของการลงทุน

3. การดำเนินการวิจัย

3.1. รวบรวมข้อมูลดัชนี SET50 รายสัปดาห์ที่ใช้เป็นหลักทรัพย์อ้างอิง โดยรวบรวมข้อมูลจากโปรแกรม Bisnews ซึ่งการศึกษานี้จะแบ่งข้อมูลออกเป็นสองช่วง คือ ใช้ข้อมูลช่วงเวลา พ.ศ. 2538 ถึง พ.ศ. 2561 เนื่องจากมีเหตุการณ์สำคัญทางเศรษฐกิจเกิดขึ้น เช่น วิกฤตต้มยำกุ้งและวิกฤตซับไพร์ม เป็นต้น และใช้ข้อมูลในช่วงเวลา พ.ศ.

2562 ถึง พ.ศ. 2563 เพื่อวิเคราะห์หาค่าคงที่ความเสี่ยงและเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้ โดยเปรียบเทียบจากมูลค่าพอร์ตการลงทุนที่ได้ ณ วันสุดท้ายของการลงทุน เนื่องจากเป็นช่วงที่ไม่มีและมีการแพร่ระบาดโควิด19 และทำการวิเคราะห์ข้อมูลและหาค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตรที่มีการควบคุม Gap Risk และเปรียบเทียบประสิทธิภาพความสามารถในการประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุนทั้งสองกลยุทธ์ด้วยการเขียนโปรแกรม Python

3.2. การวิเคราะห์ลักษณะข้อมูล

วิเคราะห์ลักษณะข้อมูลโดยใช้มาตรวัดทางสถิติ ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ค่าสูงสุด ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าความเบ้ ค่าความโด่ง การทดสอบ LjungBox การทดสอบ Augmented Dickey – Fuller (Adf) และการทดสอบ Jarque – bera เพื่อตรวจสอบลักษณะของข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติหรือไม่ หากข้อมูลมีการแจกแจงไม่ปกติจะนำไปวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme Value Theory) ต่อไป

3.3. หาค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตรที่มีการควบคุม Gap Risk

การศึกษานี้มีการควบคุม Gap Risk ที่ระดับความเสี่ยง (α) เท่ากับ 0.01 เพื่อไม่ให้มูลค่าพอร์ตการลงทุน ณ วันสุดท้ายของการลงทุนต่ำกว่ามูลค่าพอร์ตการลงทุนที่กำหนดไว้เป็นขั้นต่ำ นั่นคือ $\Pr\left(x_k \geq \frac{1}{m_k}\right) = \alpha$ และได้ $\Pr\left(\frac{x_k - \mu}{\sigma_k} < \frac{\frac{1}{m_k} - \mu}{\sigma_k}\right)$ ตามสมการที่ (3.1) และจะได้ค่าคงที่ความเสี่ยงที่มีการควบคุม Gap Risk ตามสมการที่ (3.2)

$$\Pr\left(\frac{x_k - \mu}{\sigma_k} < \frac{\frac{1}{m_k} - \mu}{\sigma_k}\right) = 1 - \alpha \leftrightarrow \Pr\left(z_k < \frac{\frac{1}{m_k} - \mu}{\sigma_k}\right) = 1 - \alpha \tag{3.1}$$

$$m_k = [\mu + \sigma_k F_z^{-1}(1-\alpha)]^{-1} \tag{3.2}$$

โดยที่ F_z คือ การแจกแจงของฟังก์ชัน z_k แต่ในโลกความเป็นจริงผลตอบแทนจากหลักทรัพย์ที่มีความเสี่ยงมีการแจกแจงแบบไม่ปกติ การศึกษานี้จึงสมมติให้ z_k มีการแจกแจงแบบที (t – Distribution) เพื่อให้สามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ z_k ได้ และจากสมการที่ (3.2) เรายังไม่สามารถหาค่าของ $F_z^{-1}(1-\alpha)$ ได้ด้วยเหตุผลที่กล่าวก่อนหน้า ดังนั้นจึงต้องนำทฤษฎีค่าสุดขีดมาอธิบายลักษณะ z_k เพื่อวัดความเสี่ยงส่วนหาง และสมมติให้ส่วนหางมีการแจกแจงแบบพาเรโต (Pareto Distribiton: PD) เนื่องจากลักษณะของผลตอบแทนในโลกความเป็นจริงมีการแจกแจงแบบเป็นหางหนัก (Heavy – Tailed Distribution) เพื่อให้สามารถหาค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตรที่มีการควบคุม Gap Risk ได้ดังสมการที่ (3.3)

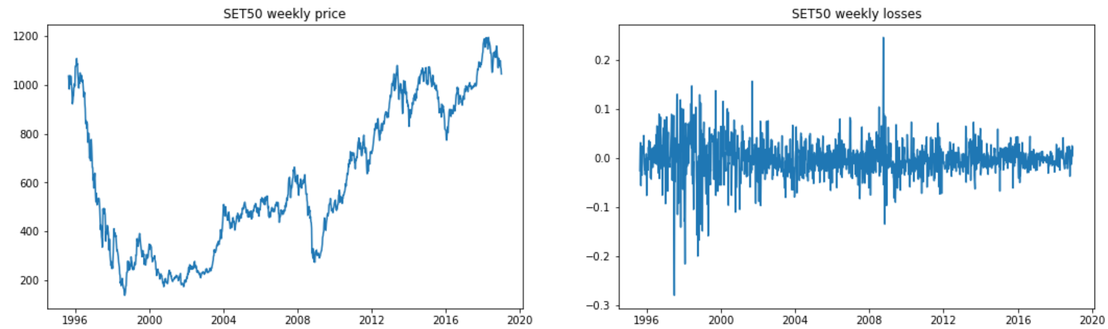
$$m_k = \left\{\left[\mu + \sigma_k u\left(\alpha \frac{N}{N_u}\right)\right]^{-1/\epsilon}\right\}^{-1} \tag{3.3}$$

ซึ่งเป็นสมการสำหรับหาค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตรที่มีการควบคุม Gap Risk (D. N. Cédric et al., 2021;Guanyang Xing et al., 2014)

3.4. วิเคราะห์ผลการศึกษาโดยเปรียบเทียบประสิทธิภาพความสามารถในการประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุนให้ไม่ต่ำกว่ามูลค่าพอร์ตการลงทุนที่กำหนดไว้เป็นขั้นต่ำระหว่างกลยุทธ์การลงทุนที่มีค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตรและมีการควบคุม Gap Risk กับกลยุทธ์การลงทุนที่มีค่าคงที่ความเสี่ยงแบบค่าคงที่ตลอดระยะเวลาของการลงทุน โดยกำหนดมูลค่าขั้นต่ำเท่ากับเงินลงทุนขั้นต้น 1,000 บาท

4. ผลการวิจัย

การศึกษานี้เลือกใช้ SET50 รายสัปดาห์ เป็นหลักทรัพย์ที่มีความเสี่ยง โดยแบ่งการศึกษาข้อมูลออกเป็น 2 ช่วงได้แก่ ช่วงที่ 1 ข้อมูล ตั้งแต่ พ.ศ. 2538 ถึง พ.ศ. 2561 เพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ $\mu, \omega, \alpha_1, \beta_1, \sigma_0$ สำหรับนำไปใช้วิเคราะห์หาค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตรที่มีการควบคุม Gap Risk ของช่วงที่ 2 และข้อมูลช่วงที่ 2 ตั้งแต่ พ.ศ. 2562 ถึง พ.ศ. 2563 เพื่อใช้การวิเคราะห์หาค่าคงที่ความเสี่ยงและเปรียบเทียบผลลัพธ์ระหว่างกลยุทธ์การลงทุนที่มีค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตรและมีการควบคุม Gap Risk กับกลยุทธ์การลงทุนที่มีค่าคงที่แบบคงที่ตลอดระยะเวลาของการลงทุน โดยเปรียบเทียบจากมูลค่าพอร์ตการลงทุน ณ วันสุดท้ายของการลงทุน จากการศึกษาชุดข้อมูลในช่วงที่ 1 พบว่าการเคลื่อนไหวของราคาปิดและความเสียหายของดัชนี SET50 ตั้งแต่ พ.ศ. 2538 ถึง พ.ศ. 2561 เป็นไปตามรูปที่ 4.1 และเมื่อนำข้อมูลมาตรวจวัดด้วยมาตรวัดทางสถิติ ได้ผลลัพธ์ดังแสดงในตารางที่ 4.1



รูปที่ 4.1 การเคลื่อนไหวของราคาปิดและความเสียหายของดัชนี SET50 ตั้งแต่ พ.ศ. 2538 ถึง พ.ศ. 2561

ตารางที่ 4.1 ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยมาตรวัดทางสถิติของความเสียหายของดัชนี SET50 ตั้งแต่ พ.ศ. 2538 ถึง พ.ศ. 2561

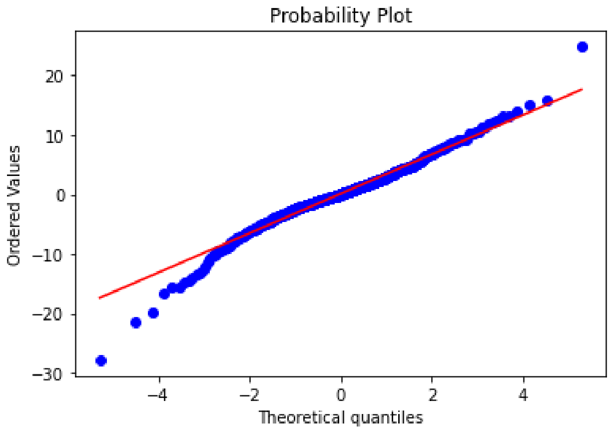
มาตรวัดทางสถิติ	มูลค่า
ค่าเฉลี่ย	-0.000802
ค่าสูงสุด	0.246549
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน	0.039460
ค่าความเบ้	- 0.380726
ค่าความโด่ง	5.996360
การทดสอบ LJungBox	40.659826(0.000013)
การทดสอบ Adf	-9.451390(0.00000)
การทดสอบ Jarque-bera	1837.743087(0.00000)

จากตารางที่ 4.1 จะเห็นได้ว่าค่าความเบ้ (Skewness) มีค่าไม่เท่ากับ 0 และค่าความโด่ง (Kurtosis) มีค่ามากกว่า 3 นั่นคือ การแจกแจงของค่าความเสียหาย (Loss) จากดัชนี SET50 เป็นแบบหางหนัก (Fat – Tailed Distribution) ในส่วนการทดสอบการแจกแจงแบบปกติด้วย Jarque – bera พบว่าการแจกแจงของข้อมูลที่ได้ไม่ได้เป็นการแจกแจงแบบปกติ การทดสอบความนิ่งด้วย ADF และการทดสอบ LJungBox แสดงให้เห็นว่าชุดข้อมูลอนุกรม

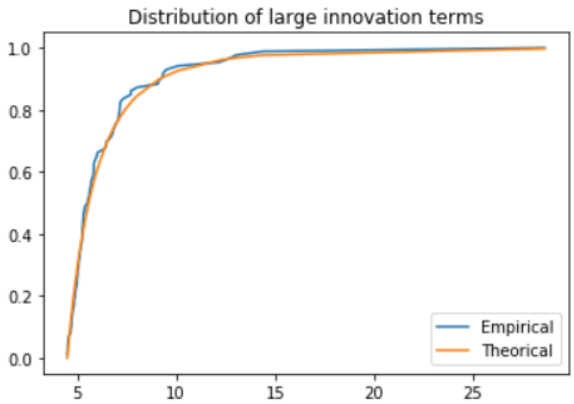
เวลามีความนิ่ง และพารามิเตอร์แต่ละตัวไม่เป็นอิสระต่อกันและจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วย GARCH(1,1) จากการสมมติให้ z_k มีการแจกแจงแบบที จะได้ค่าพารมิเตอร์ของแบบจำลอง GARCH(1,1) ตามตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 ค่าประมาณพารามิเตอร์จากแบบจำลอง GARCH(1,1)

พารามิเตอร์	μ	ω	α_1	β_1	σ_0
มูลค่า	-1.899	0.0508	0.0800	0.9200	1.9328



รูปที่ 4.2 Probability Plot



รูปที่ 4.3 การแจกแจงของ z_k แบบทางทฤษฎีเทียบกับทางปฏิบัติ

ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการประมาณในตารางที่ 4.2 จะนำไปใช้สำหรับหาค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตรที่มีการควบคุม Gap Risk ของข้อมูลในช่วงที่สอง และจากรูปที่ 4.2 จะเห็นได้ว่า การแจกแจงแบบทีไม่เหมาะสมในการอธิบายการแจกแจงของ z_k เนื่องจากการแจกแจงของ z_k เป็นแบบ Leptokurtotic ดังนั้น ผู้วิจัยจึงนำทฤษฎีค่าสุดขีด (Extreme Value Theory) มาประยุกต์ใช้ และให้การแจกแจงส่วนหางหนักของ z_k เป็นการแจกแจงแบบพาเรโตตามในสมการที่ (1.4) และเลือกใช้ค่า Threshold (u) และ Epsilon (ϵ) เท่ากับ 6.5711 และ 3.3274 ตามลำดับ ซึ่งจะเห็นว่าค่าพารามิเตอร์ที่ได้ซึ่งคำนวณจากสมการ (1.8) ใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี ตามสมการ

(1.4) ดังแสดงในรูปที่ 4.3 นั่นคือ ค่าพารามิเตอร์ที่ได้ Threshold (u) และ Epsilon (ϵ) มีความเหมาะสมในการนำไปพิจารณาหาค่าคงที่ m_k ตามสมการที่ (3.3)

เมื่อพิจารณาชุดข้อมูลช่วงที่ 2 การเคลื่อนไหวของราคาและความเสียหาย (Loss) ของดัชนี SET50 ตั้งแต่ พ.ศ. 2562 ถึง พ.ศ. 2563 เป็นไปตามรูป ที่ 4.4 และผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยมาตรวัดทางสถิติ ดังแสดงในตารางที่ 4.3

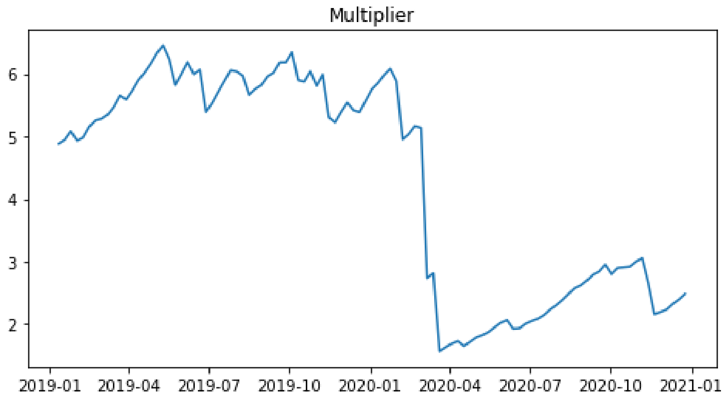
รูปที่ 4.4 การเคลื่อนไหวของราคาดัชนี SET50 ตั้งแต่ พ.ศ. 2562 ถึง พ.ศ. 2563

ตารางที่ 4.3 ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยมาตรวัดทางสถิติของความเสียหายของดัชนี SET50 ตั้งแต่ พ.ศ. 2562 ถึง พ.ศ. 2563

มาตรวัดทางสถิติ	มูลค่า
ค่าเฉลี่ย	0.000807
ค่าสูงสุด	0.180711
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน	0.032025
ค่าความเบ้	1.423135
ค่าความโด่ง	10.461954
การทดสอบ LJungBox	12.574329(0.248454)
การทดสอบ Adf	-5.258199(0.000007)
การทดสอบ Jarque-bera	454.661515(0.00000)

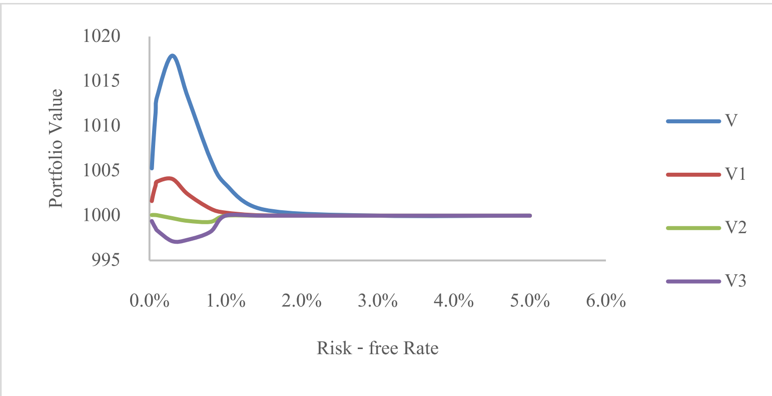
จากตารางที่ 4.3 จะเห็นได้ว่าค่าความเบ้ (Skewness) มีค่าไม่เท่ากับ 0 และค่าความโด่ง (Kurtosis) มีค่ามากกว่า 3 นั่นคือ การแจกแจงของค่าความเสียหาย (Loss) จากดัชนี SET50 เป็นแบบหางหนัก (Fat – Tailed Distribution) ในส่วนการทดสอบการแจกแจงแบบปกติด้วย Jarque – bera พบว่าการแจกแจงของข้อมูลที่ได้ไม่ได้เป็นการแจกแจงแบบปกติ การทดสอบความนิ่งด้วย ADF และการทดสอบ LJungBox แสดงให้เห็นว่าชุดข้อมูลอนุกรมเวลามีความนิ่ง และพารามิเตอร์แต่ละตัวไม่เป็นอิสระต่อกัน และในการวิจัยนี้กำหนดให้เงื่อนไขในการลงทุนมีดังนี้ เงินลงทุนจำนวน 1,000 บาท กำหนดมูลค่าพอร์ตการลงทุนขั้นต่ำที่จะประกันไว้ที่ 1,000 บาท ทำให้การลงทุนครั้งนี้เป็นการลงทุนประเภทคุ้มครองเงินต้นอย่างเคร่งครัด โดยมีระยะเวลาในการลงทุน 2 ปี ตั้งแต่ พ.ศ. 2562 ถึง พ.ศ. 2563

จากการหาค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตรที่มีการควบคุม Gap Risk ตามสมการที่ (3.3) จะได้ค่า m_k ดังแสดงให้เห็นในรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 ค่าคงที่ความเสี่ยง (Multiplier) ในช่วงเวลาต่าง ๆ ตั้งแต่ ปี พ.ศ. 2562 ถึง พ.ศ. 2563

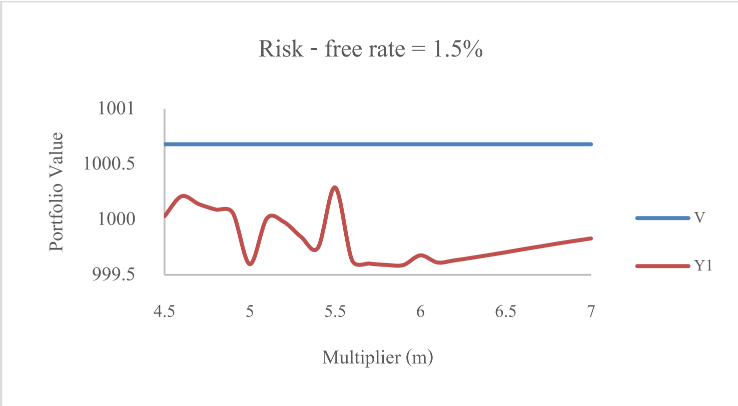
จากรูปที่ 4.5 ค่าคงที่ความเสี่ยง (m_k) ส่วนใหญ่อยู่ในช่วงค่าคงที่ความเสี่ยง (m) เท่ากับ 5 - 6 ดังนั้นผู้วิจัยจึงเลือกใช้ค่านี้ในการเลือกอัตราผลตอบแทนจากหลักทรัพย์ที่มีความเสี่ยงเพื่อใช้ในการเปรียบเทียบความสามารถในการประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุนระหว่างกลยุทธ์การลงทุนที่มีค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตรที่มีการควบคุม Gap Risk กับกลยุทธ์ที่มีค่าคงที่ความเสี่ยงแบบคงที่ตลอดระยะเวลาของการลงทุน และจากกราฟจะเห็นได้ว่าค่าคงที่ความเสี่ยง (m) มีแนวโน้มลดลงอย่างเห็นได้ชัด ตั้งแต่ต้นปี พ.ศ. 2563 เนื่องจากตลาดหุ้นไทยได้รับผลกระทบจากหลายปัจจัยโดยเฉพาะจากการระบาดของโควิด19



รูปที่ 4.6 มูลค่าพอร์ตการลงทุนระหว่างกลยุทธ์ที่มีค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตร และมีการควบคุม Gap Risk (V) กับกลยุทธ์ที่มีค่าคงที่ความเสี่ยงแบบคงที่ตลอดระยะเวลาของการลงทุน ค่าคงที่ความเสี่ยง m = 5 (V1) m = 5.5 (V2) และ m = 6 (V3) สำหรับ r_f ที่เปลี่ยนแปลงในช่วงเวลา ตั้งแต่ ปี พ.ศ. 2562 ถึง พ.ศ. 2563

จากรูปที่ 4.6 พบว่า ที่ $0.0 < r_f < 5.0$ กลยุทธ์ที่มีค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตรที่มีการควบคุม Gap Risk (V) สามารถประกันมูลค่าขั้นต่ำของพอร์ตการลงทุนได้ซึ่งแตกต่างจากกลยุทธ์ที่มีค่าคงที่ความเสี่ยงแบบคงที่ m = 5, 5.5 และ 6 ไม่สามารถประกันมูลค่าขั้นต่ำได้ในบางค่า r_f แต่สามารถประกันมูลค่าขั้นต่ำของพอร์ตการลงทุนในช่วง

$r_f \geq 1.5$ ได้อย่างแน่นอน และผู้วิจัยเลือกใช้อัตราผลตอบแทนจากหลักทรัพย์ซึ่งปราศจากความเสี่ยงเท่ากับร้อยละ 1.5 ที่ได้จากอัตราผลตอบแทนจากพันธบัตรรัฐบาลอายุ 10 ปี ของระยะเวลา 2 ปีเฉลี่ย และเมื่อเปรียบเทียบความสามารถในการประกันความเสี่ยงของทั้งสองกลยุทธ์ ได้ผลลัพธ์ดังรูปที่ 4.7



รูปที่ 4.7 เปรียบเทียบความสามารถในการประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุนกลยุทธ์ที่มีค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตรและมีการควบคุม Gap Risk (V) กับกลยุทธ์ที่มีการกำหนดค่าคงที่ ที่ค่าคงที่ความเสี่ยงแบบคงที่ระดับต่าง ๆ ระหว่าง m = 4.5 ถึง m = 7 (Y1) สำหรับ $r_f = 1.5$

จากรูปที่ 4.5 และ 4.7 ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ดังนี้ 1) ค่าคงที่คงที่ความเสี่ยง (m) แบบพลวัตรที่มีการควบคุม Gap Risk จะอยู่ในช่วง 5 – 6 ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2562 ถึงต้นปี พ.ศ. 2563 และอยู่ในช่วง 1 - 3 ตั้งแต่ต้นปี พ.ศ. 2563 จนถึงสิ้นปี ซึ่งสอดคล้องกับสภาวะทางเศรษฐกิจที่เกิดขึ้นจากการแพร่ระบาดของโควิด19 จึงส่งผลให้ราคาปิดของดัชนี SET50 ลดลงอย่างมากในช่วงนี้ ค่าคงที่ความเสี่ยง (m) จึงมีค่าต่ำกว่าช่วงที่ไม่มีการแพร่ระบาดโควิด19 และ 2) กลยุทธ์การลงทุนเพื่อประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุนรูปแบบ CPPI ที่มีค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตรและมีการควบคุม Gap Risk ที่ระดับความเสี่ยง 0.01 สามารถประกันได้ว่ามูลค่าพอร์ตการลงทุน ณ วันสุดท้ายของการลงทุนจะไม่ต่ำกว่ามูลค่าพอร์ตการลงทุนที่กำหนดไว้เป็นขั้นต่ำได้อย่างแน่นอน ในขณะที่ กลยุทธ์การลงทุนเพื่อประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุน CPPI ที่มีค่าคงที่ความเสี่ยงแบบบคงที่ตลอดระยะเวลาของการลงทุนไม่สามารถประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุนให้ไม่ต่ำกว่ามูลค่าพอร์ตการลงทุนที่กำหนดไว้เป็นขั้นต่ำได้ในบางค่าคงที่ความเสี่ยง ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีข้างต้นดังที่ได้กล่าวเอาไว้ในบทนำ

5. บทสรุปและข้อเสนอแนะ

การวิจัยนี้มุ่งเน้นไปยังการหาแบบจำลองของค่าคงที่ความเสี่ยงที่สามารถประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุนให้ไม่ต่ำกว่ามูลค่าพอร์ตการลงทุนที่กำหนดไว้เป็นขั้นต่ำและเปรียบเทียบความสามารถในการประกันมูลค่าพอร์ตการลงทุนกลยุทธ์ที่มีค่าคงที่ความเสี่ยงแบบพลวัตรและมีการควบคุม Gap Risk กับกลยุทธ์ที่มีการกำหนดค่าคงที่ตลอดระยะเวลาของการลงทุน ผลที่ได้รับจากการศึกษา จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อนักลงทุนที่มีพฤติกรรมหลีกเลี่ยงความเสี่ยงสำหรับนำไปประยุกต์ใช้ในการจัดสรรพอร์ตการลงทุน เนื่องจากผู้ลงทุนอาจต้องการบริหารเงินลงทุนให้มีมูลค่าพอร์ตการลงทุนไม่ต่ำกว่ามูลค่าพอร์ตการลงทุนที่กำหนดไว้เป็นขั้นต่ำหากราคาหลักทรัพย์อ้างอิงที่มีความเสี่ยง

ปรับตัวลดลง และการนำกลยุทธ์ไปใช้ในตลาดการเงิน ผู้ลงทุนอาจต้องพิจารณาต้นทุนการทำธุรกรรมร่วมด้วย โดยผู้ลงทุนสามารถปรับความถี่ในการปรับสัดส่วนของพอร์ตการลงทุนเป็นรายวัน รายเดือน รายไตรมาส รายครึ่งปี หรือรายปี เป็นต้น ตามความเหมาะสม หรือสามารถปรับเปลี่ยนแบบจำลอง GARCH เป็นแบบจำลองอื่นที่สามารถทำให้ได้ผลลัทธ์ที่ดีขึ้น เปลี่ยนระดับความเสี่ยง (α) ตามระดับความพึงพอใจ และปรับช่วงระยะเวลาในการทดสอบ หรืออาจนำไปปรับใช้กับการลงทุนใน Forex หรือ Cryptocurrency

เอกสารอ้างอิง

อรุณ แก้วมั่นและปิยภัทร บุษบาบดินทร์. (2558). สถิติค่าสุดขีด. *วารสารวิชาการพระจอมเกล้าพระนครเหนือ*, *25*(2), 315-324.

อัญญา ขันธวิทย์. (2553). *75 ปี ธรรมศาสตร์ 35 ปี เอ็มเอฟซี: ประเด็นศึกษาด้านวิศวกรรมการเงินในตลาดการเงินไทย*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

Beirlant, J., Goegebeur, Y., Segers, J. & Teugels, J. (2004). *Statistics of Extremes: Theory and Applications*. England: John Wiley & Sons.

D. N. Cédric, LE Son Tung, NGUYEN Thi Ha Giang & TRAORE Babou. (2021). *Model for Dynamic Multiple of CPPI Strategy with Application of Extreme Value Theory.* (Master's thesis，Paris-saclay university).

Emrah Gulay & Hamdi Emec. (2018). The stock Returns Volatility based on the GARCH(1,1) Model: The Superiority of the Truncated Standard Normal Distribution in Forecasting Volatility. *Iranian Economic Review*, *23*(1), 87-108.

Guangyuan Xing, Yong Xue, Zongxian Feng, and Xiaokang. (2014). Model for Dynamic Multiple of CPPI Strategy, *Discrete Dynamics in Nature and Society (Discrete Dynamic Nat Soc), 14* (1), 1-7.

Lin, F. (2011). *Essay on tail behavior and extreme dependence patterns in East Asian financial markets*. (Doctoral dissertation, University of New York).

McNeil, A. J. (1998). Calculating quantile risk measures for financial return series using extreme value theory. Department Mathematik, Eidgen össische Technische Hochschule Zürich. Retrieved from https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.487.8734&rep=rep1&type=pdf

Monica Singhania, & Jugal Anchalia. (2013). Volatility in Asian stock markets and global financial crisis. *Journal of Advances in Management Research*, *10*(3), 333-351.

S. Ghosh & S. Resick. (2010). A discussion on mean excess plots. *Stochastic Processes and their Application*, *10*(120), 1492-1517.

Tsay, R.S. (2010). *An introduction to analysis of financial data with R*. England: John Wiley & Sons.

Vijayalakshmi Sowdagur & Jason Narsoo. (2017). Forecasting Value-at-Risk using GARCH and Extreme-Value-Theory Approaches for Daily Returns. *International Journal of Statistics and Applications*, *7*(2), 137-151.