การประเมินมูลค่าสัญญาออปชันโดยใช้วิธีการพาธอินทิกรัลเปรียบเทียบกับแบบจำลองแบล็ค-โชลส์

EVALUATE OPTION PRICES USING THE PATH INTEGRAL METHOD AND COMPARING WITH THE BLACK-SCHOLES MODEL

ชยณัฐ หอกันยา[1] สมพร ปั่นโภชา ภานุชาติ[2] บุญยเกียรติ บำรุง พ่วงเกิด[3]

[1] สาขาวิชาวิศวกรรมการเงิน คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย, 2110531201007@live4.utcc.ac.th
[2] วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมการเงิน บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย, somporn_pun@utcc.ac.th
[3] ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าคุณทหารลาดกระบัง, bumroong.pu@kmitl.ac.th

----

บทคัดย่อ

การศึกษานี้มุ่งหวังที่จะประเมินมูลค่าสัญญาออปชันบนดัชนี SET50 โดยใช้วิธีการพาธอินทิกรัล (Path Integral) และเปรียบเทียบกับราคาตลาดและแบบจำลองแบล็ค-โชลส์ (Black-Scholes) โดยใช้ข้อมูลรายวันจากกลุ่มตัวอย่างของออปชันที่มีการซื้อขายอย่างเป็นทางการบนตลาดสัญญาซื้อขายล่วงหน้าแห่งประเทศไทย (Thailand Futures Exchange) ซึ่งประกอบด้วยออปชันสำหรับซื้อ (Call Option) และออปชันสำหรับขาย (Put Option) ที่หมดอายุในเดือนมีนาคมพ.ศ. 2566 โดยมีราคาใช้สิทธิเท่ากันในทุกครั้งที่มีการซื้อขายเกิดขึ้น

ผลการศึกษาพบว่าค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสองของวิธีการพาธอินทิกรัล มีค่าสูงกว่าวิธีแบล็ค-โชลส์ และการสังเกตกราฟพบว่าวิธีการพาธอินทิกรัล มีความผันผวนของราคามากกว่าราคาตลาดและแบบจำลองแบล็ค-โชลส์ ซึ่งไม่สอดคล้องกับสมมุติฐานเริ่มต้นที่กำหนดไว้
คำสำคัญ: แบบจำลองแบล็ค-โชลส์, วิธีการ พาธอินทิกรัล, ค่าเฉลี่ยของความผิดพลาดกำลังสอง

ABSTRACT

This study aims to assess the option prices on the SET50 index using the Path Integral method and compare them with market prices and the Black-Scholes model. Daily data from a sample of officially traded options on the Thailand Futures Exchange are utilized, including both Call and Put options that expired in March 2566 (Thai calendar) and had the same exercise price for all transactions.

The findings reveal that the mean squared error of the Path Integral method is higher compared to the Black-Scholes model. Additionally, observations from the graph indicate that the Path Integral method exhibits greater price volatility than market prices and the Black-Scholes model. These results contradict the initial assumptions set forth in the study.
Keywords: Black-Scholes model, Path Integral method, Average Squared Error

1. บทนำ

Options Contract หรือสัญญาซื้อขายล่วงหน้าแบบออปชันเป็นอนุพันธ์ทางการเงินที่ได้รับความนิยมในตลาดการเงิน เป็นเครื่องมือที่สามารถใช้ในการบริหารความเสี่ยงการเงินและการลงทุนจากการเปลี่ยนแปลงของราคาสินทรัพย์อ้างอิงในอนาคตได้ เช่นเดียวกับ Forwards Contract และ Futures Contract แต่ความแตกต่างหรือจุดเด่นของ Options Contract อยู่ที่ผู้ถือสัญญาหรือผู้ซื้อสัญญา (Long Position) สามารถเลือกที่จะใช้สิทธิ์ในการที่จะซื้อหรือไม่ซื้อ (Right on Long Call Options) หรือขายหรือไม่ขาย (Right on Long Put Options) สินทรัพย์อ้างอิงตามที่ระบุไว้ในอนาคตได้ หรือสามารถกล่าวได้ว่าสิทธิที่ผู้ซื้อสัญญาได้รับมานี้ต้องแลกมาด้วยเงินค่าพรีเมียม (Premium) ที่จ่ายให้กับผู้ขายสัญญา (Short Position)

ทั้งนี้ Options Contract เป็นเครื่องมือทางการเงินที่ได้รับการพัฒนามาจาก Forwards Contract และ Futures Contract ตามลำดับ แต่ Options Contract ได้ให้สิทธิเท่ากับการเพิ่มทางเลือกให้แก่ผู้ซื้อสัญญา ในขณะที่ Forwards Contract และ Futures Contract ทั้งผู้ซื้อและผู้ขายสัญญามีภาระที่จะต้องปฏิบัติตามข้อตกลงในการซื้อหรือขายสินทรัพย์อ้างอิงเมื่อถึงวันครบกำหนด โดยไม่มีสิทธิเลือกแต่ประการใด (Both the buyer and the seller are obligated to perform.) Options Contract ช่วยเพิ่มช่องการบริหารความเสี่ยงให้กับฝ่ายผู้ซื้อสัญญาโดยการเลือกที่จะไม่ซื้อ (หรือไม่ขาย) สินทรัพย์อ้างอิงในอนาคตได้ ถ้าหากราคาของสินทรัพย์อ้างอิงในวันที่กำหนดให้ใช้สิทธิไม่ได้เปลี่ยนแปลงไปตามที่คาดการณ์เอาไว้โดยฝ่ายผู้ซื้อสัญญายอมเสียเงินค่าพรีเมียมแล้วปล่อยให้สัญญาหมดอายุ แต่ทั้งนี้ผู้ขายสัญญาจะไม่มีสิทธิเลือกที่จะขายหรือไม่ขาย “Short Call Options” (ซื้อหรือไม่ซื้อ Short Put Options) สินทรัพย์อ้างอิงได้หากแต่ต้องปฏิบัติตามพันธะผูกพัน หรือตามความประสงค์ของผู้ซื้อสัญญาที่มีความต้องการที่จะใช้สิทธิเท่านั้น

การใช้งาน Options Contract นอกจากเป็นเครื่องมือในการบริหารความเสี่ยงและลงทุน ยังมีความยืดหยุ่นในการใช้งานสูง และมีความสำคัญในการลงทุนในตลาดอนุพันธ์ ซึ่งมีผู้เชี่ยวชาญทำการศึกษาและคิดค้นวิธีการประมาณมูลค่าออปชันหลายวิธี ซึ่งรวมถึงการใช้แบบจำลองแบล็คโชลส์ โดยใช้การคำนวณทางคณิตศาสตร์และสถิติ นำไปประยุกต์ใช้กับหลากหลายสินทรัพย์อ้างอิงที่มีพฤติกรรมต่างกัน ซึ่งจากการใช้งานแบบจำลองแบล็คโชลส์ที่มีข้อจำกัดในการอธิบายข้อมูลตามสมมติฐานที่ต่างจากความเป็นจริง

เพื่อลดข้อจำกัดของแบบจำลองแบล็คโชลส์ การใช้แบบจำลองพาธอินทิกรัล ซึ่งอาศัยทฤษฎีทางควอนตัม เมคานิกส์ (Quantum Mechanics) ของริชาร์ด เฟย์นแมน (Richard Feynman) เข้ามาประยุกต์ เพื่อประเมินมูลค่าของออปชันซึ่งทั้งสองสาขาวิชาศึกษาเกี่ยวกับกระบวนการสุ่มและความไม่แน่นอนในโลกควอนตัม การสุ่มจะเกิดขึ้นในกระบวนการวัด ส่วนในทางการเงินการสุ่มเกิดจากการที่มีนักลงทุนจำนวนมหาศาลซึ่งการตัดสินใจของแต่ละคนมีความเป็นอิสระต่อกันจึงทำให้ระดับความอิสระ (Degree of Freedom) สูงมาก อีกทั้งมีการซื้อขายผ่านทางอินเตอร์เนทเกิดขึ้น ยิ่งทำให้ตลาดเกิดสภาพคล่องสูงขึ้นไปอีกซึ่งทำให้โมเดลทางฟิสิกส์มากมายสามารถนำมาอธิบายกระบวนการสุ่มได้ โดยสาเหตุที่ แบบจำลองพาธอินทิกรัล ได้รับความสนใจในการนำมาประยุกต์ใช้กับการประเมินมูลค่าออปชันเนื่องจาก

1. สมการอนุพันธ์แบบ Stochastic Differential Equation (SDE) ทุกๆ รูปแบบสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับพาธอินทิกรัล ได้ รวมทั้งสมการของแบบจำลองการหามูลค่าหลักทรัพย์

2. พาธอินทิกรัล สามารถคำนวณโดยใช้การจำลองเหตุการณ์แบบ Monte Carlo Deterministic Discretization Scheme และ Multinomial Lattice Method

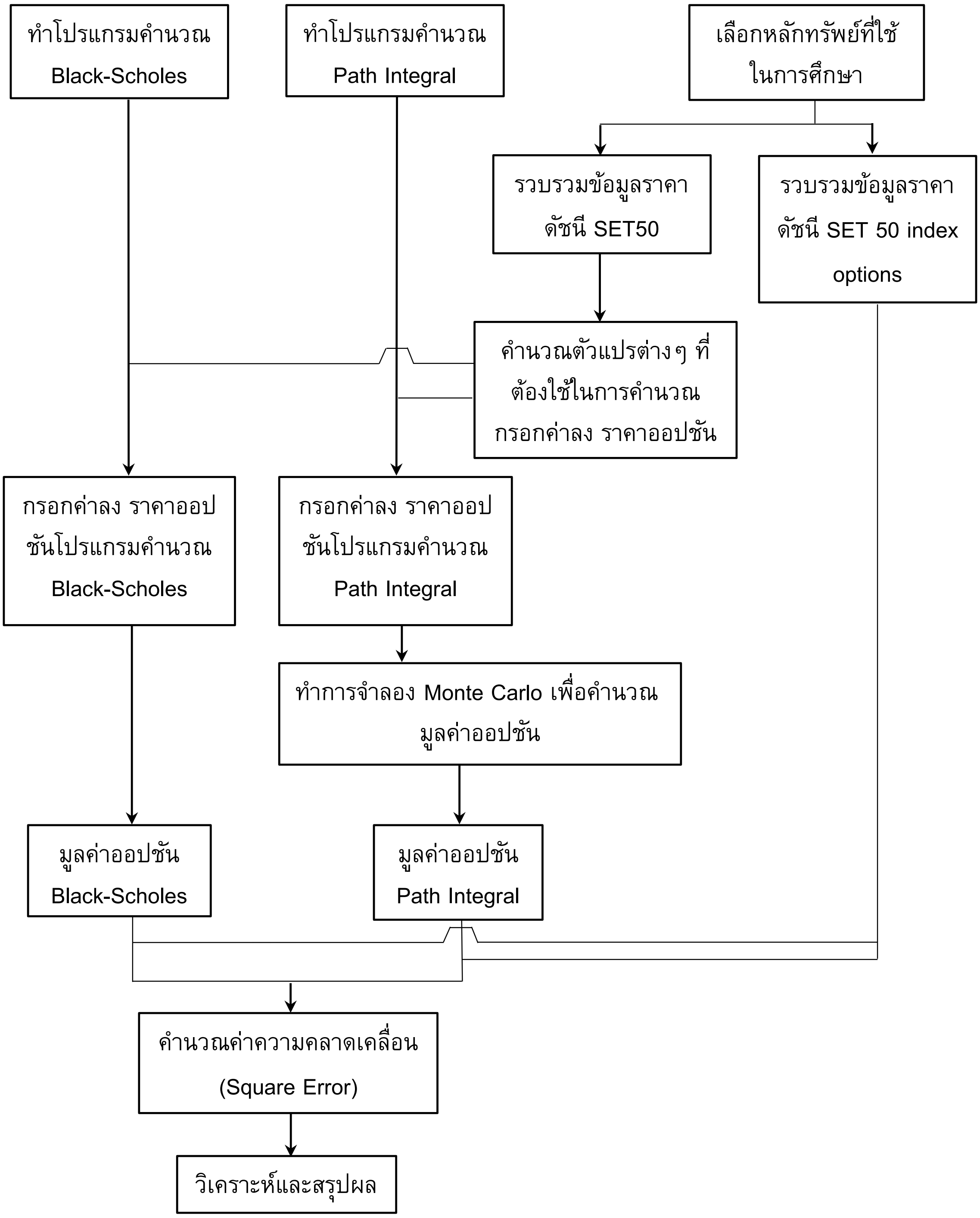
3. พาธอินทิกรัลของเฟย์นแมน (Feynman Path Integrals) สามารถนำไปใช้กับแบบจำลองการเคลื่อนไหวได้หลายแบบ ได้แก่ การเคลื่อนไหวแบบเรียบ (Smooth Motion) ระบบที่ไม่เป็นมาคอฟ (Non-Makov systems) กระบวนการเชิงสุ่มที่ขับเคลื่อนโดยสิ่งรบกวนที่ซับซ้อน (Complex Random Noise) เป็นต้น

4. แบบจำลองแบล็คโชลส์ มีข้อจำกัดมากมาย เนื่องจากตั้งอยู่บนสมมติฐานที่ต่างจากความเป็นจริง แต่ พาธอินทิกรัล สามารถนำไปใช้กับสินทรัพย์อ้างอิงได้หลากหลาย ซึ่งมีพฤติกรรมต่างกันออกไป

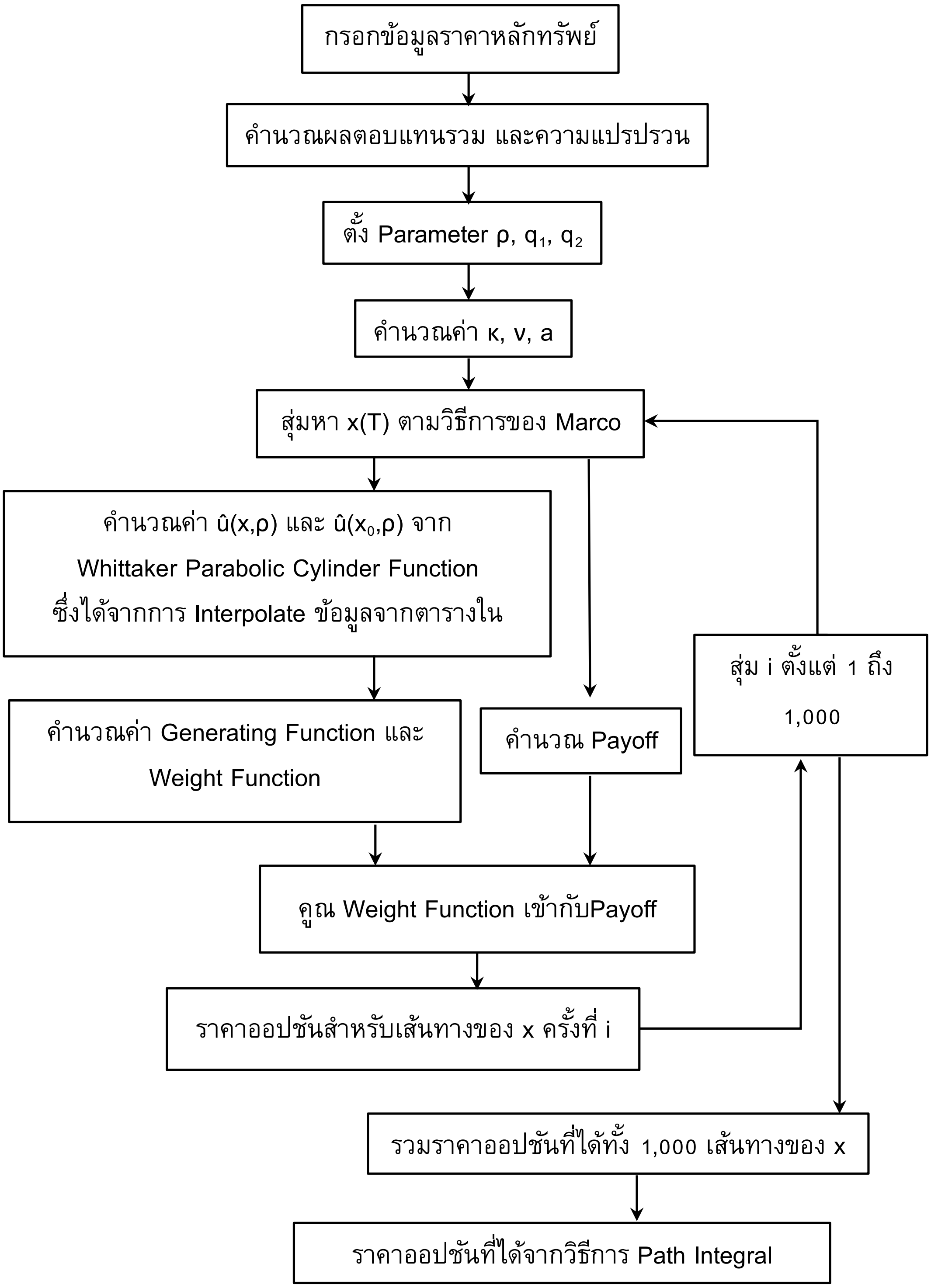
จากที่ได้กล่าวมา จะเห็นได้ว่าสมการที่ใช้ในการอธิบายพฤติกรรมราคาของหลักทรัพย์ในตลาดการเงิน มีพฤติกรรมคล้ายคลึงกับสมการที่ใช้ในการอธิบายการเคลื่อนที่ของอนุภาคในสาขาวิชาควอนตัมฟิสิกส์ ซึ่ง พาธอินทิกรัล เป็นรูปแบบหนึ่งที่ใช้ในการอธิบายอนุภาคที่มีความยืดหยุ่นสูงสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้หลากหลาย โดยหากนำแบบจำลองความแปรปรวน (Volatility Model) ที่สามารถอธิบายพฤติกรรมของราคาหลักทรัพย์ในตลาดการเงินมาคำนวณในสมการ ซึ่งสามารถนำวิธีการจำลองเหตุการณ์มอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation) มาใช้ในการประเมินมูลค่าออปชันของหลักทรัพย์นั้นๆ จากการจำลองเหตุการณ์โดย มอนติคาร์โล ทางผู้วิจัยคาดว่าจะสามารถคำนวณมูลค่าออปชันได้ใกล้เคียงกับมูลค่าที่แท้จริง (Intrinsic Value) มากกว่าการใช้แบบจำลองของแบล็คโชลส์

2. การดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้เริ่มต้นด้วยการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการประเมินมูลค่าออปชันในดัชนี SET50 โดยใช้วิธีพาธอินทิกรัลซึ่งพัฒนาขึ้นโดยนายวรพจน์ คุณาประสิทธิ์เป็นหลักการศึกษา โดยวิธีนี้ประกอบด้วย Payoff และ Weight Function โดยในการสุ่มเส้นทาง x เพื่อใช้ในการคำนวณค่า Weight Function นอกจากนี้ยังใช้ค่า Whittaker Parabolic Cylinder Function ในการคำนวณ Weight Function เพื่อนำมาใช้ในกระบวนการประเมินมูลค่าออปชันเมื่อได้รับความเข้าใจในวิธีการพาธอินทิกรัล ผู้วิจัยจึงทำการเขียนโปรแกรมด้วยภาษา Python และคำนวณผลลัพธ์บน Jupyterlab โดยกรอกค่าตัวแปรและความสัมพันธ์ต่างๆเข้าไปในโปรแกรม เมื่อทำการจำลองเหตุการณ์และคำนวณค่าความคลาดเคลื่อน (Square Error) ออกมา สุดท้ายทำการวิเคราะห์ สรุปผลและอภิปรายผลที่ได้จากการศึกษานี้


ทำโปรแกรมคำนวณ Black-Scholes
ทำโปรแกรมคำนวณ Path Integral
เลือกหลักทรัพย์ที่ใช้ในการศึกษา
รวบรวมข้อมูลราคาดัชนี SET50
รวบรวมข้อมูลราคาดัชนี SET 50 index options
คำนวณตัวแปรต่างๆ ที่ต้องใช้ในการคำนวณ กรอกค่าลง ราคาออปชัน
กรอกค่าลง ราคาออปชันโปรแกรมคำนวณ Black-Scholes
กรอกค่าลง ราคาออปชันโปรแกรมคำนวณ Path Integral
ทำการจำลอง Monte Carlo เพื่อคำนวณมูลค่าออปชัน
มูลค่าออปชัน Black-Scholes
มูลค่าออปชัน Path Integral
คำนวณค่าความคลาดเคลื่อน (Square Error)
วิเคราะห์และสรุปผล

ขั้นตอนการคำนวณราคาออปชัน แบบ พาธอินทิกรัล โดยวิธี มอนติคาร์โล



ศึกษารูปแบบและขั้นตอนการคำนวณราคาสัญญาออปชันทั้ง 2 วิธี ดังนี้

2.1.1 **วิธีการประเมินมูลค่าสัญญาออปชันด้วยสมการแบล็คโชลส์** ตามสมการ

ราคาของคอลออปชันแบบยุโรป: $V_{call,EU}(s,t) = S\theta(d1) - K\theta(d2)e^{-r(T-t)}$ (2.1)

ราคาของพุทออปชันแบบยุโรป: $V_{put,EU}(s,t) = K\theta(-d2)e^{-r(T-t)} - S\theta(-d1)$ (2.2)

โดยที่

$$d1 = \frac{In\left(\frac{S}{K}\right)+\left(r+\frac{\sigma^2}{K}\right)}{\sigma\sqrt{T}} \quad \text{และ} \quad d2 = \frac{In\left(\frac{S}{K}\right)+\left(r-\frac{\sigma^2}{K}\right)}{\sigma\sqrt{T}}$$

S คือ ราคาของสินทรัพย์อ้างอิงในปัจจุบัน r คือ อัตราผลตอบแทนที่ปราศจากความเสี่ยง

K คือ ราคาใช้สิทธิของสินทรัพย์อ้างอิง T คือ เวลาใช้สิทธิของสัญญาออปชัน

σ^2 คือ ความแปรปรวนของสินทรัพย์อ้างอิง t คือ เวลาปัจจุบัน

θ คือ ฟังก์ชันความน่าจะเป็นสะสมของการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน

2.1.2 **วิธีการประเมินมูลค่าสัญญาออปชันด้วยวิธีพาธอินทิกรัล**

Weight Function

ตัวแปรนี้ถูกใช้เพื่อปรับน้ำหนักเส้นทางที่เพิ่มหรือลดเพื่อให้การประเมินมูลค่าของออปชันใกล้เคียงกับราคาจริงในตลาด วิธีที่ใช้คือแบบจำลอง Ornstein-Uhlenbeck ซึ่งเป็นวิธีเดียวกันกับงานวิจัยของ นายวรพจน์ คุณาประสิทธิ์ ที่ได้ใช้งานวิจัยของ Giuseppe Campolieti & Roman Marakov ที่ได้ศึกษาและเปรียบเทียบระหว่างวิธีการ Multinomial Lattice Method และ มอนติคาร์โล ในการประเมินหลักทรัพย์ โดยใช้แบบจำลองพาธอินทิกรัล และใช้แบบจำลองความแปรปรวน 3 ชนิด ได้แก่ Ornstein Uhlenbeck Model, Cox-Ingersoll-Ross Model และ Squared Bessel Model เพื่อแสดงพฤติกรรมของหลักทรัพย์ เช่นกัน

จากการแก้สมการ SDE

$$dx_t = (\lambda_0 - \lambda_1 x_t)dt + \nu_0 dW_t, t > 0 \tag{2.3}$$

กำหนดให้

$$\lambda_0 = 0, \lambda_1 > 0$$

จะได้สมการ Transitional Probability Density Function

$$u(x, x_0, \tau) = \phi(y, a, b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi b}} e^{\frac{-(y-a)^2}{2b}} \tag{2.4}$$

โดยที่

$$y = x,\ a = x_0 e^{-\lambda_1 \tau},\ b = \frac{1-e^{-2\lambda_1 \tau}}{\kappa},\ \kappa = \frac{2\lambda_1}{\nu_0^2}$$

กำหนดให้คู่ของคำตอบหลัก (Fundamental Solutions) ตลอดช่วงเวลาที่สนใจ ดังสมการ

$$\varphi_\rho^-(x) = \exp\left(\frac{\kappa x^2}{4}\right) D_{-\nu}(-x\sqrt{\kappa}), \varphi_\rho^+(x) = \varphi_\rho^-(-x); \nu = \frac{\rho}{\lambda_1} \tag{2.5}$$

โดยในช่วงเวลาที่สนใจ $I = (I, r) \subseteq R$ มีจุดเริ่มต้นและสิ้นสุดเป็น $-\infty \le I < r \le \infty$

$\varphi_\rho^{\pm}(x)$ จะเกี่ยวกับฟังก์ชันการเพิ่มและการลด ซึ่งจะมีลักษณะเฉพาะขึ้นอยู่กับตัวแปรที่กำหนด โดยจะอยู่ในเงื่อนไข

$$\lim_{x \to I^+} \frac{\varphi_S^+(x)}{\varphi_S^-(x)} = 0, \lim_{x \to r^-} \frac{\varphi_S^+(x)}{\varphi_S^-(x)} = \infty \tag{2.6}$$

กำหนดให้ ρ เป็นค่าที่ถูกกำหนดขึ้นที่ต้องไม่เป็นลบ และ $D_v(x)$ เป็น Whittaker's Parabolic Cylinder Function ค่าของ Whittaker Parabolic Cylinder Function ที่ใช้ในการหาค่า Weight Function ของแต่ละเส้นทาง

ในการหาค่า $D_{-v}(x)$ หาได้จาก

$$D_{-a-\frac{1}{2}(x)} = U(a,x) \tag{2.7}$$

การหาค่า $U(a,-x)$ ใช้ความสัมพันธ์

$$\pi V(a,x) = \Gamma(\frac{1}{2}+a)\{\sin \pi a \cdot U(a,x) + U(a,-x)\} \tag{2.8}$$

สามารถเขียนให้อยู่ในรูป

$$U(a,-x) = \frac{\pi V(a,x)}{\Gamma(\frac{1}{2}+a)} - \{\sin \pi a \cdot U(a,x)\} \tag{2.9}$$

Generating Function เป็นผลรวมเชิงเส้นของ $\varphi_\rho^{\pm}(x)$

$$\hat{u}(x,\rho) = q_1 \varphi_\rho^+(x) + q_2 \varphi_\rho^-(x) \tag{2.10}$$

โดยที่ q_1, q_2 อย่างน้อยต้องมีค่าใดค่าหนึ่งเป็นบวก

ในขณะที่ Transitional Probability Density Function มีค่า

$$u_\rho(x,x_0,t) = e^{-\rho t} \frac{\hat{u}(x,\rho)}{\hat{u}(x_0,\rho)} u(x,x_0,t) \tag{2.11}$$

สามารถคำนวณ Weight Function ได้

$$W(x_0, X, \tau(T_N)) = e^{-\rho \tau(T_N)} \frac{\hat{u}(x,\rho)}{\hat{u}(x_0,\rho)} \tag{2.12}$$

Payoff

จากผลงานของ นายวรพจน์ คุณาประสิทธิ์ที่ได้ศึกษาวิธีการของ Marco ที่ได้ทำการจำลองราคาน้ำมันโดยใช้ Arithmetric Ornstein-Uhlenbeck Model ซึ่งได้กำหนดให้สมการ SDE ภายใต้นั้นจะทำการแปลงสมการให้อยู่ในรูป Risk-neutral Measure โดยแทนค่า Drift Coefficient, α ด้วย $r-\delta$ ซึ่ง δ คือเงินปันผล จะได้ $\alpha = \eta(\bar{x}-x)$

$$\delta = \mu - \alpha \tag{2.13}$$

$$r - \delta = r - \mu + \eta(\bar{x} - x) = \eta(\bar{x} - x) - (\mu - r) = \eta\{[\bar{x} - \frac{(\mu - r)}{\eta}] - x\} \tag{2.14}$$

ค่า μ เป็นผลตอบแทนรวมของหลักทรัพย์ ดังนั้น $\mu - r$ คือ ค่าชดเชยความเสี่ยง (Risk Premium) ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับสมการเดิม เปรียบเหมือนการหักลบค่าสมดุลด้วย Normalized Risk Premium $\frac{(\mu - r)}{\eta}$

จะได้สมการ SDE ใหม่คือ

$$dx = \eta([\bar{x} - \frac{(\mu - r)}{\eta}] - x)dt + \sigma dz \tag{2.15}$$

ใช้หลักการเดิมปรับสมการจำลองใหม่ ได้

$$x_t = x_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + [\bar{x} - \frac{(\mu - r)}{\eta}](1 - e^{-\eta\Delta t}) + \sigma\sqrt{(\frac{1 - e^{-\eta\Delta t}}{2\eta})} \times N(0,1) \tag{2.16}$$

และสมการราคา

$$P(t) = \exp\{[\ln[p(t-1)e^{-\eta\Delta t}] + [[\ln(\bar{P}) - \frac{(\mu - r)}{\eta}](1 - e^{-\eta\Delta t})] - [(1 - e^{-\eta\Delta t})\frac{\sigma^2}{4\eta}] + \sigma\sqrt{\frac{1 - e^{-\eta\Delta t}}{2\eta}}N(0,1)\} \tag{2.17}$$

หลังจากที่ได้สมการราคาแล้ว ก็จะสามารถคำนวณ Payoff ได้ โดยที่คิดลดมูลค่าตามเวลา ดังสมการ

$$\wedge_{r,T}(F) = e^{-rT} \wedge F \tag{2.18}$$

แทนค่า Payoff

$$C(S_T) = \max(S_T - K, 0) \tag{2.19}$$

$$P(S_T) = \max(0, K - S_T) \tag{2.20}$$

งานวิจัยชุดนี้นำวิธีการ มอนติคาร์โล แบบถ่วงน้ำหนักมาใช้ในการหามูลค่าออปชัน ในที่นี้จะสร้างราคาออปชันแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา (Discrete Time)

ซึ่งหลังจากนั้นจะได้สูตรในการหาค่าออปชันโดย พาธอินทิกรัล

$$V(F_0,,T) \approx \frac{1}{M}\sum^{M} W(x_0, X^k, \tau(T_N))_{r,T_N}(F(X^{(k)})) \tag{2.21}$$

การคำนวณเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อน สามารถทำได้โดย

$$Square\ Error = \sum_{n=1}^{n}(P_{et} - P_{ac}) \tag{2.22}$$

โดยที่ P_{et} คือ ราคาออปชันที่ได้จากการประเมินตัวที่ n และ P_{ac} คือ ราคาออปชันที่ซื้อขายจริงในตลาด

3. ผลการวิจัย

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อหาราคาสัญญาออปชันโดยใช้วิธีการแบล็คโชลส์และวิธีการพาธอินทิกรัล ในทุกวันทำการ โดยศึกษากลุ่มตัวอย่างของสัญญาออปชันที่มีการซื้อขายอย่างเป็นทางการในตลาดอนุพันธ์ในประเทศไทย โดยเฉพาะเป็นออปชันแบบ Call ที่หมดอายุในเดือนมีนาคมพ.ศ. 2566 และมีราคาใช้สิทธิ 950 บาท

ผลการศึกษาพบว่า ราคาสัญญาออปชันที่คำนวณด้วยวิธีการพาธอินทิกรัล มีแนวโน้มเคลื่อนไหวในทิศทางเดียวกันกับราคาตลาดและวิธีการแบล็คโชลส์ แต่มีความผันผวนของราคาที่มากกว่า การเปรียบเทียบราคาสัญญาออปชันที่คำนวณด้วยทั้ง 2 วิธีกับราคาตลาดถูกสะท้อนในรูปที่ 1

รูปที่ 1 เปรียบเทียบราคาออปชันทั้ง 2 วิธีกับราคาตลาดของสัญญาออปชันที่ให้สิทธิซื้อที่มีวันหมดอายุเดือนมีนาคม พ.ศ.2566 และมีราคาใช้สิทธิเท่ากับ 950 จุด จำนวนทั้งสิ้น 20 วันทำการ

ตารางที่ 1 การเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อน เมื่อประเมินคอลออปชัน โดยวิธีการแบล็คโชลส์ กับวิธีการพาธอินทิกรัล และเทียบกับราคาจริงในตลาด

SET 50 CALL OPTION				
Actual	Black-Scholes	Path Integral	Square Error Black-Scholes	Square Error Path Integral
49.3	53.5	43.7	17.8	31.4
49	50.2	53.4	1.4	19.7
52	55.2	48.6	10.5	11.4
46.4	49.6	53.8	10.2	54.8
46.5	49.2	48.8	7.0	5.1
40	43.2	49.1	10.0	83.7
38.3	42.3	43.3	16.0	25.5
35.1	39.8	42.6	22.4	55.9
36.8	41.6	40.6	23.5	14.7
36.6	36.7	41.9	0.0	27.9
35	36.8	38.9	3.1	15.1
42	45.3	34.6	11.0	55.4
39.5	40.9	46.4	1.9	47.6
40.5	42.0	41.7	2.2	1.6
46	48.1	41.5	4.4	20.0
38	41.6	48.5	12.6	109.8
34.5	36.5	40.8	3.9	40.3
22	23.9	37.5	3.7	239.1
22.1	19.4	24.1	7.1	4.1
20.4	15.6	19.8	22.9	0.4
SUM -->			191.8	863.4

จากตารางที่ 1 และรูปที่ 1 พบว่าค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีพาธอินทิกรัลมีค่าสูงกว่าค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีแบล็คโชลส์ โดยค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีแบล็คโชลส์และพาธอินทิกรัลมีค่าเท่ากับ 191.8 และ 863.4 ตามลำดับ

4. บทสรุปและข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาและประเมินมูลค่าออปชันในดัชนี SET50 โดยใช้วิธีการประเมินของแบบจำลองพาธอินทิกรัล โดยอ้างอิงราคาประเมินจากวิธีแบล็คโชลส์กับราคาตลาด เพื่อตีความความแม่นยำและความเหมาะสมของวิธีการในการประเมินมูลค่าออปชัน พบว่าราคาประเมินที่ได้จากวิธีพาธอินทิกรัลมีความผันผวนมากกว่าราคาจริงที่ได้จากตลาดและวิธีแบล็คโชลส์ ซึ่งทำให้ต้องทบทวนและพิจารณาปัจจัยต่างๆ ที่อาจส่งผลต่อความแม่นยำและความเหมาะสมของวิธีการประเมินดังนี้

1.เนื่องจากแบบจำลองพาธอินทิกรัล เป็นการคำนวณทางคณิตศาสตร์ที่ได้นำตัวแปร ส่วนหนึ่งมาใช้ในการคำนวณแต่ยังคงมีตัวแปรต่างๆอีกมากที่ไม่ได้นำมาพิจารณาในสมการ ซึ่งอาจส่งผลทำให้ตลาดไม่มีประสิทธิภาพ เช่น ค่าใช้จ่ายในการซื้อขายออปชันหรือหลักทรัพย์ใดๆ เรื่องของสภาพคล่องแต่ละหลักทรัพย์ที่ไม่เท่ากัน ซึ่งในงานวิจัยที่ผู้วิจัยนั้นใช้อ้างอิงจำเป็นต้องตั้งสมมติฐานให้ตลาดมีประสิทธิภาพ ซึ่งการตั้งสมมติฐานให้ตลาดมีประสิทธิภาพนั้นค่อนข้างขัดแย้งกับความเป็นจริง จึงทำให้ราคาจริงคลาดเคลื่อนไปจากมูลค่าที่แท้จริงและเป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้ราคาประเมินคลาดเคลื่อนตามไปด้วย

2.เนื่องจากวิธีการพาธอินทิกรัล มาใช้เพื่อแสดง ลักษณะการเคลื่อนไหวของราคาหลักทรัพย์พบว่าในการใช้ตัวแปรต่างๆ ที่มีผลต่อความถูกต้องของข้อมูลดังนั้น จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องทราบว่า ตัวแปรใดมีผลต่อการจำลองเหตุการณ์ในลักษณะ ใดบ้างทำให้ทางผู้วิจัยต้องอ้างอิงตัวแปรเหล่านั้นจากงานวิจัย (นายวรพจน์ คุณาประสิทธิ์) ซึ่งอาจทำให้ค่าเหล่านั้นไม่เหมาะกับตลาดออปชันของดัชนี SET50

3.จากข้อมูล Whittaker Parabolic Cylinder Function ที่มีข้อจำกัดให้สามารถคำนวณ ได้เฉพาะขอบเขต และที่อยู่ในตาราง ให้มีค่าระหว่าง -5 ถึง 5 หากสุ่มเส้นทางออกมาได้นอกเหนือจากขอบเขตดังกล่าวจะไม่สามารถคำนวณให้ได้ จึงต้องตัดข้อมูลนั้นออกไป ทั้งนี้ข้อมูลดังกล่าวมีจำนวนไม่มากนัก

4.ช่วงเวลาที่นำข้อมูลมาคำนวณความแปรปรวนก็ทำให้ผลที่ได้ต่างออกไปและยังเปลี่ยนแปลงไปตามการนำข้อมูลย้อนหลังมาซึ่งเป็นเพียงการประมาณค่าให้ความแปรปรวน ในช่วงเวลาที่สนใจเท่านั้น โดยตั้งสมมติฐานให้มีค่าใกล้เคียงกับช่วงเวลาที่ผ่านมา แต่ก็ไม่อาจทราบได้ว่าค่าที่คำนวณออกมานั้นจะเป็นค่าที่ถูกต้องเสมอไป

5.การสร้างแบบจำลองความแปรปรวนให้ตรงกับลักษณะการเคลื่อนไหวของราคาก็ทำได้ยากหากสามารถสร้างแบบจำลองได้ใกล้เคียงกับการเคลื่อนไหวของราคาจริงได้ก็จะสามารถนำแบบจำลองพาธอินทิกรัล ไปใช้ในการประเมินมูลค่าออปชันของหลักทรัพย์นั้นได้อย่างแม่นยำ

เอกสารอ้างอิง

วรพจน์ คุณาประสิทธิ์. (2553). ศึกษาเรื่องการเปรียบเทียบความแม่นยำในการประเมินมูลค่าออปชันโดยใช้แบบจำลองพาธอินทิกรัลกับแบบจำลองแบล็คโชลส์

รวี ลงกานี. (2551). ตลาดอนุพันธ์. คณะบริหารธุรกิจ. มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. (เอกสารประกอบการสอน).

Abramowitz, Milton and Stegun, Irene A. (1972) Handbook of mathematical functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. 9th ed. Washington D.C.: U.S. Government Printing Office.

Baaquie, Belal E. (1997) “A Path Integral Approach to Option Pricing with Stochastic Volatility.” (Online).

Baaquie, Belal E. (2004) “Quantum Finance. New York: Cambridge University Press.”

Bandyopadhyay, Akash. (2000) “Option Pricing Using Feynman Path Integral.” (Online).

Campolieti, Giuseppe and Makarov, Roman. (2006) “Path Integral Pricing of Asian Options on State Dependent Volatility Models.” (Online).

Dias, Marco Antonio Guimarães. (2004) “Monte Carlo simulation of stochastic process.” (Online).

Hsu, Bailey C. (2008) “Quantum Finance and the Relationship between Quantum Mechanics and Financial Markets.” (Online).

Hull, John C. (1993) Options, Futures, and other derivative securities. 5th ed. New Jersey: Pearson Education Inc.

Kaw, Autar and Keteltas, Michael. (2003) “LAGRANGIAN INTERPOLATION.” (Online).

Lalley, Steven. (2008) “Conditional Expectation and Martingales.” (Online).

Linetsky, Vadim. (1998) “The Path Integral Approach to Financial Modeling and Options Pricing.” (Online).

The WSJ and The BBA. (2010) “A Complete and Comprehensive History of The Monthly London InterBank Offered Rates.” (Online).