การหาจำนวนคาบที่เหมาะสมในการใช้ประเมินมูลค่าออปชันด้วยแบบจำลองไบโนเมียล และไตรโนเมียล กรณีศึกษาจากดัชนี SET50 Option

Determining The Optimal Number of Periods to Evaluate Option Price Using the Binomial and Trinomial Model A Case Study of Set50 Options

ณารา ปิยะทัศน์[1], สมพร ปั่นโภชา[2] และภานุชาติ บุญยเกียรติ[3]

[1] วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมการเงิน บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย, Nnara_p@outlook.com
[2] อาจารย์ประจำ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย, Somporn_pun@utcc.ac.th
[3] อาจารย์ประจำ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย, Panuchart@outlook.com

----

บทคัดย่อ

การประเมินมูลค่าสินทรัพย์ประเภทอนุพันธ์ (derivative) เป็นที่ได้รับความสนใจอย่างมากจากนักลงทุน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง การประเมินมูลค่าอนุพันธ์ประเภทออปชัน การศึกษาครั้งนี้จึงมีวัตถุประสงค์ที่จะศึกษาการประเมินมูลค่าออปชันด้วยวิธีแบบจำลองไบโนเมียลและไตรโนเมียล โดยหาจำนวนคาบที่เหมาะสมในการนำมาใช้ประเมินมูลค่าออปชัน เพื่อเปรียบเทียบจากการประเมินมูลค่าออปชันด้วยวิธีแบล็ค-โชลส์ ที่เป็นราคาอ้างอิง ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้กันอย่างแพร่หลายมานาน นอกจากนี้การศึกษานี้ยังได้ศึกษาเพิ่มเติมไปถึงเรื่องลักษณะของมูลค่าออปชันที่ได้จากการคำนวณตัวเลขด้วยวิธีการใช้แบบจำลองไบโนเมียลและไตรโนเมียล เมื่อมีการเพิ่มจำนวนคาบ หรือ N เพื่อวิเคราะห์ลักษณะการลู่เข้าหาราคาที่เป็นราคาอ้างอิงจากวิธีแบล็ค-โชลส์ โดยในการศึกษานี้ได้ทำการเลือกออปชันที่แตกต่างกันจำนวน 6 สัญญา โดยเป็นออปชันที่มีสินทรัพย์อ้างอิงเป็นดัชนี SET50 จากตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย และใช้ค่าความผันผวนของสินทรัพย์ที่ต่างกัน

จากการศึกษาทำให้เห็นถึงลักษณะมูลค่าออปชันที่คำนวณด้วยวิธีด้วยแบบจำลองไบโนเมียลมีลักษณะการลู่เข้าแบบแกว่งไกว (oscillating) มากกว่าแบบจำลองไตรโนเมียล แต่ในที่สุด สำหรับค่า N ที่เหมาะสม ทำให้มูลค่าของทั้งคอลออปชันและพุทออปชันที่คำนวณได้จะลู่เข้าหาราคาอ้างอิง โดยมีความคาดเคลื่อนจากค่าอ้างอิงน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.5×10^(-4) ใช้ความละเอียดของราคาที่เลขทศนิยม 4 ตำแหน่งตามราคาตลาด และจะสังเกตุเห็นได้ว่าลักษณะการลู่เข้าของแบบจำลองไตรโนเมียลมีลักษณะการลู่เข้าที่มีความเสถียร (stability) มากกว่าแบบจำลองไบโนเมียล

คำสำคัญ: การประเมินมูลค่าออปชันด้วยแบบจำลองไบโนเมียล, การประเมินมูลค่าออปชันด้วยแบบจำลองไตรโนเมียล, การประเมินมูลค่าออปชันด้วยวิธีแบล็ค-โชลส์

ABSTRACT

The valuation of derivatives, which is the financial instruments, has garnered significant interest from investors, particularly in pricing option derivatives. This study investigates the valuation of options using both binomial and trinomial models. The objective is to determine the appropriate number of steps or intervals (N) for these models to evaluate option values and compare them with the widely used Black-Scholes valuation method. Six different options contracts were selected for this study, with the underlying assets being the SET50 index from the Stock Exchange of Thailand. Historical volatility and implied volatility of the underlying assets were used for comparative valuation.

The research revealed that options valued using the binomial model exhibited more oscillatory behavior compared to those valued using the trinomial model. Ultimately, for the optimal N, both call and put options tended to converge towards the reference price, with errors typically not exceeding $\pm 0.5\times10^{(-4)}$. This precision corresponds to four decimal places in market prices. The study observed that the trinomial model demonstrated greater stability in its convergence characteristics compared to the binomial model and required fewer intervals for valuation.

Keywords: Binomial method, Trinomial method, Black-Scholes method

1. บทนำ

ในปัจจุบันตราสารอนุพันธ์ เป็นสินทรัพย์ทางการเงินประเภทหนึ่ง ที่สามารถสร้างผลตอบแทนได้ทุกสภาวะตลาด ทั้งในช่วงตลาดขาขึ้นและตลาดขาลง สามารถใช้ในการบริหารความเสี่ยง การเก็งกำไรจากราคาสินทรัพย์อ้างอิงในอนาคต และประโยชน์เหล่านี้เป็นสาเหตุที่สำคัญที่ทำให้ภาคธุรกิจและนักลงทุนนิยมใช้ตราสารอนุพันธ์ เพื่อควบคุมความเสี่ยงของธุรกิจและการลงทุนให้อยู่ในระดับที่เหมาะสมตามระดับความเสี่ยงที่ยอมรับได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งความเสี่ยงที่เกิดจากราคา ปัจจุบันประเภทของอนุพันธ์ได้ถูกสร้างขึ้นเพื่อรองรับความต้องการในการลงทุนและการประกันความเสี่ยง แบ่งออกได้เป็น 4 ประเภทคือ 1. สัญญาซื้อขายล่วงหน้าประเภทฟอร์เวิร์ด (forward contract) 2. สัญญาซื้อขายล่วงหน้าประเภทฟิวเจอร์ส (futures contract) 3. สัญญาซื้อขายล่วงหน้าประเภทสวอป (swap contract) และสัญญาซื้อขายล่วงหน้าประเภทออปชัน (options contract) หรือสัญญาสิทธิ โดยจุดเด่นของสัญญาซื้อขายล่วงหน้าจะไม่มีมูลค่าในตัวเอง มูลค่าจะขึ้นอยู่กับสินทรัพย์หรือตัวแปรที่สัญญาซื้อขายไปอ้างอิงอยู่ การค้าอนุพันธ์จะใช้เงินลงทุนน้อยแต่มีโอกาสได้อัตราผลตอบแทนที่สูง โดยที่ผู้ลงทุนจะวางเงินประกันเพียง 10% - 15% ของมูลค่าสัญญา ฉะนั้นผลตอบแทนที่จะได้รับจึงคิดเป็นสัดส่วนที่สูงมาก เมื่อเทียบกับเงินลงทุนตั้งต้น และเป็นสัญญาที่มีอายุ

ในตลาดการเงินไทย European option เป็นออปชันกลุ่มที่ได้รับความนิยมสูง เนื่องจากมีโครงสร้างที่เรียบง่าย เป็นเครื่องมือที่สำคัญในตลาดการเงินและถูกนำมาใช้ในกลยุทธ์การลงทุนและการบริหารความเสี่ยงกันอย่างแพร่หลาย การใช้สิทธิในการซื้อและสิทธิในการขาย ทำให้การประเมินมูลค่าออปชันเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นยิ่ง

สำหรับนักลงทุนรวมถึงตลาดที่ทำการซื้อขาย โดยมีการคิดค้นแบบจำลองในการประเมินมูลค่าออปชันด้วยวิธีที่แตกต่างกันหลากหลายวิธี ซึ่งวิธีและแบบจำลองในการประเมินมูลค่าออปชันที่รู้จักกันอย่างแพร่หลาย ได้แก่ แบบจำลองแบล็ค-โชลส์ (Black-Scholes model) ซึ่งมีที่มาจากเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่เรียกว่า Stochastic Differential Equation โดยวิธีประเมินมูลค่านี้ถูกใช้ในการประเมินออปชันมากที่สุด เนื่องจากเป็นสมการที่สามารถคำนวณได้ง่าย และใช้สมมติฐานทางสถิติในการคำนวณ นอกจากนี้ยังมีแบบจำลองไบโนเมียลและไตรโนเมียลที่สามารถประเมินมูลค่าออปชันได้เช่นกัน โดยแบบจำลองทั้ง 2 มีลักษณะที่คล้ายกันคือ 1. การสร้างลักษณะการเคลื่อนไหวของมูลค่าออปชันจากโหนดขวาสุด มายังโหนดซ้ายสุด หรือที่เรียกว่า การกระทำแบบย้อนกลับ (backward) โดยใช้อัตราดอกเบี้ยที่ปราศจากความเสี่ยง (risk free rate) มาเป็นอัตราคิดลด 2. สามารถอธิบายได้โดยการสร้างแผนผังรูปต้นไม้ซึ่งแสดงถึงการแบ่งเวลาเป็นช่วงย่อย (time steps) โดยช่วงย่อยทำให้เห็นภาพการเปลี่ยนแปลงของมูลค่าออปชันในช่วงเวลาต่างๆ โดยมีทฤษฎีที่ว่ายิ่งแบบจำลองมีจำนวนช่วงย่อยหรือจำนวนคาบ (N) มากขึ้นเท่าใด การจำลองการเปลี่ยนแปลงของราคาจะยิ่งแม่นยำมากขึ้น แต่แบบจำลองทั้ง 2 แบบจำลองนี้ไม่ได้รับความนิยมในการประเมินมูลค่าออปชันเท่ากับวิธีแบล็ค-โชลส์ เนื่องจากการคำนวณค่อนข้างซับซ้อน ต้องอาศัยความสามารถในการคำนวณค่อนข้างสูง และไม่สามารถคำนวณได้ด้วยมือ โดยต้องการเพื่อให้ประเมินได้มูลค่าใกล้เคียงกับมูลค่าจริง ผู้ศึกษาจึงต้องการศึกษาเปรียบเทียบจำนวนคาบ (N) ระหว่างการใช้แบบจำลองไบโนเมียลและไตรโนเมียล โดยมีแบบจำลองแบล็ค-โชลส์เป็นตัวชี้วัด (benchmark) และศึกษาลักษณะการลู่เข้าของราคาอ้างอิงของทั้ง 2 แบบจำลอง เนื่องจากแบบจำลองแบล็ค-โชลส์ เป็นแบบจำลองเหมาะสมกับออปชันที่เป็น European option และเป็นแบบจำลองที่ถูกใช้เป็นพื้นฐานในการประเมินราคาของออปชันในตลาดการเงินจริง

2. วัตถุประสงค์การวิจัย

การศึกษาเรื่อง การหาจำนวนคาบที่เหมาะสมในการใช้ประเมินมูลค่าออปชันด้วยแบบจำลองไบโนเมียลและไตรโนเมียล กรณีศึกษาจาก SET50 Index Option กำหนดวัตถุประสงค์ ดังนี้

1. เพื่อหาจำนวนคาบ หรือ N ที่เหมาะสมในการใช้ประเมินมูลค่าออปชันด้วยแบบจำลองไบโนเมียลและไตรโนเมียล เมื่อเทียบกับวิธีแบล็ค-โชลส์

2. เพื่อศึกษาหาความสัมพันธ์ของการเพิ่มจำนวนคาบ (N) กับมูลค่าออปชันที่ประเมินด้วยแบบจำลองไบโนเมียลและไตรโนเมียล ทั้งในส่วนของการลู่เข้าของราคา ไปจนถึงความแม่นยำในการประเมินราคา

3. การดำเนินการวิจัย

3.1 ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาได้ทำการรวบรวมข้อมูลราคาปิดของดัชนี SET50 ย้อนหลัง 3 ปี โดยเลือกสัญญาสิทธิประเภทออปชันที่มีสินทรัพย์อ้างอิงคือ SET50 Index ที่เป็นสัญญาออปชันที่ครบกำหนดในเดือนมิถุนายน 2567 และมีราคาใช้สิทธิที่ราคา 825, 850 และ 875 ตามลำดับ ซึ่งเป็นคอลออปชันทั้งหมด 3 สัญญา คือ S50M24C825, S50M24C850 และ S50M24C875 เป็นพุทออปชันทั้งหมด 3 สัญญา คือ S50M24P825, S50M24P850 และ S50M24P875 ตามลำดับ

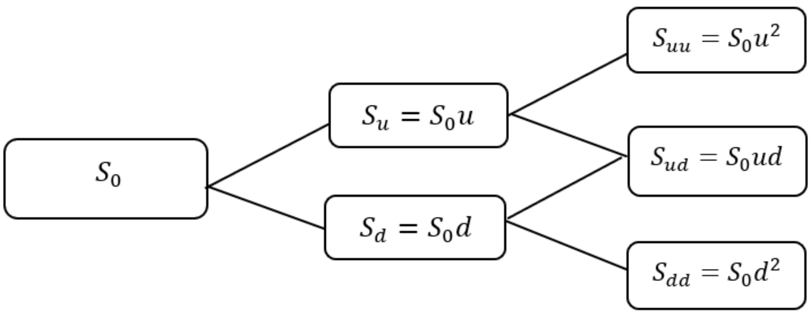
3.2 หาค่าความผันผวนจากข้อมูลย้อนหลัง (historical volatility) ของดัชนี SET50 โดยใช้อัตราการหาผลตอบแทนแบบ log return เพื่อหาผลตอบแทนเฉลี่ย (average return) และนำผลตอบแทนเฉลี่ยที่ได้ หาค่าความผันผวน (volatility) โดยการใช้สูตรบน Microsoft Excel เพื่อนำค่าความผันผวนเข้าไปแทนค่าในแบบจำลองโนเมียล แบบจำลองไตรโนเมียล และวิธีแบล็ค-โชลส์

3.2.1 คำนวณ log return ตามสมการ 3.1

$$R_t = ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \tag{3.1}$$

โดยที่ R_t คือ log return ในช่วงเวลา t
P_t คือ ราคาของสินทรัพย์ในช่วงเวลาสิ้นสุด t
P_{t-1} คือ ราคาของสินทรัพย์ในช่วงเวลาเริ่มต้น t
ln คือ ฟังก์ชันลอการิทึมธรรมชาติ

3.3 เขียนโปรแกรมเพื่อสร้างแบบจำลองไบโนเมียลและไตรโนเมียล โดยเลือกใช้โปรแกรมภาษาไพธอน (Python) ผ่าน Google Colab และใช้โปรแกรม Microsoft Excel สำหรับการประเมินมูลค่าออปชันด้วยวิธีแบล็ค-โชลส์

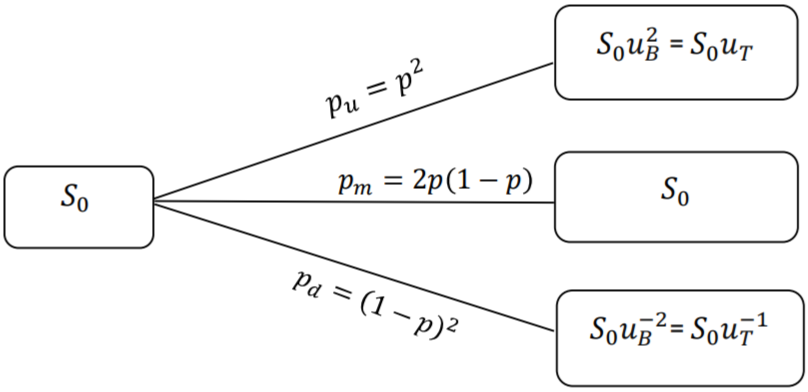


รูปที่ 1 การเคลื่อนไหวของราคาสินทรัพย์อ้างอิงตามแบบจำลองไบโนเมียลแบบ 2 คาบ

3.3.1 หามูลค่าออปชันด้วยวิธีแบบจำลองไบโนเมียล ตามสมการ 3.2 (เจี้ยม จันทร์อนันต์., 2560)

$$C_0 = \frac{1}{(1+r)}[pC_u + (1-p)C_d] \tag{3.2}$$

โดยที่ C_0 คือ มูลค่าออปชันในปัจจุบัน
r คือ อัตราดอกเบี้ยที่ปราศจากความเสี่ยง (risk free rate)
p คือ ความน่าจะเป็นของราคาหุ้นที่ขึ้นไปในช่วงถัดไป
C_u คือ มูลค่าออปชันเมื่อราคาหุ้นขึ้นไปในช่วงถัดไป
C_d คือ มูลค่าออปชันเมื่อราคาหุ้นลงไปในช่วงถัดไป



รูปที่ 2 ลักษณะของแบบจำลองไตรโนเมียลที่พัฒนาโดย Ahn และ Song

3.3.2 หามูลค่าออปชันด้วยวิธีแบบจำลองไตรโนเมียล ตามสมการ 3.3 (ยุทธนา รติเบญญากูล., 2563)

$$p_u = \frac{(V + M^2 - M)u_T - (M-1)}{(u_T - 1)(u_T^2 - 1)}$$

$$p_d = \frac{(V + M^2 - M)u_T^2 - (M-1)u_T^3}{(u_T - 1)(u_T^2 - 1)}$$

และ $$p_m = 1 - p_u - p_d \qquad (3.3)$$

โดยที่ p_u คือ ความน่าจะเป็นที่ราคาสินทรัพย์จะเคลื่อนไหวในทิศทางขึ้น

p_d คือ ความน่าจะเป็นที่ราคาสินทรัพย์จะเคลื่อนไหวในทิศทางลง

p_m คือ ความน่าจะเป็นที่ราคาสินทรัพย์คงที่ (หาได้จาก $p_m = 1 - p_u - p_d$)

u_T คือ อัตราการเพิ่มขึ้นของราคาสินทรัพย์จะที่เพิ่มขึ้นในอนาคต

เมื่อ $$u_T = e^{\lambda\sigma\sqrt{\frac{T}{n}}}$$

หาก $\lambda > 1$ $$M = e^{\frac{rT}{n}} \text{ และ } V = \left(e^{\frac{\sigma^2 T}{n}} - 1\right)M^2$$

3.4 ประเมินมูลค่าออปชันที่เลือกวิเคราะห์ทั้ง 6 สัญญา ด้วยวิธีแบล็ค-โชลส์ ที่สร้างไว้ผ่านโปรแกรม Microsoft Excel เพื่อหามูลค่าออปชันที่จะใช้เป็นราคาอ้างอิง สำหรับเป็นตัวชี้วัด (benchmark) ของการประเมินมูลค่าด้วยแบบจำลองไบโนเมียล และไตรโนเมียล

3.4.1 สูตรสมการแบล็ค-โชลส์ สำหรับประเมินมูลค่าออปชันของราคาสินทรัพย์อ้างอิงที่ไม่มีการจ่ายปันผล

สำหรับ Call : $C_0 = S_0N(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2)$

สำหรับ Put : $P_0 = Xe^{-rT}N(-d_2) - S_0N(d_1)$

โดยที่
$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{X}\right)+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (3.4)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{X}\right)+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (3.4.1)$$

C_0, P_0 คือ มูลค่าคอลออปชันและพุทออปชัน
S_0 คือ ราคาสินทรัพย์อ้างอิงในปัจจุบัน
X คือ ราคาใช้สิทธิ (exercise price)
e คือ ค่าเอ็กซ์โปแนนเชียล = 2.71828
r คือ อัตราดอกเบี้ยที่ปราศจากความเสี่ยง (risk free rate)
T คือ ระยะเวลาครบกำหนดอายุสัญญา/ปี
σ คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของอัตราผลตอบแทนของสินทรัพย์อ้างอิง หน่วยเป็น %/ปี

3.5 ประเมินมูลค่าออปชันด้วยการใช้แบบจำลองไบโนเมียลและไตรโนเมียล โดยใช้จำนวนคาบ (N) ตั้งแต่ 1-300 เพื่อหาจำนวนคาบที่ทำให้มูลค่าที่ได้จากการคำนวณโดยใช้โปรแกรมภาษาไพธอน (Python) เข้าใกล้มูลค่าออปชันที่คำนวณได้จากวิธีแบล็ค-โชลส์ มากที่สุดโดยการศึกษานี้ครั้งนี้กำหนดความละเอียดแม่นยำที่จุดทศนิยม 4 ตำแหน่ง

3.6 ทำการเก็บข้อมูลจำนวนคาบที่เหมาะสมในการประเมินมูลค่าออปชันด้วยการใช้แบบจำลองไบโนเมียลและไตรโนเมียลของแต่ละสัญญาที่เลือกไว้

3.7 เขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคาบที่ใช้ในการประเมินมูลค่าโดยใช้แบบจำลองไบโนเมียลกับมูลค่าออปชันอ้างอิง และกราฟความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคาบที่ใช้ในการประเมินมูลค่าโดยใช้แบบจำลองไตรโนเมียลกับมูลค่าออปชันอ้างอิง

3.8 ทำการศึกษาเพิ่มเติมโดยใช้ค่าความผันผวน (volatility) จาก Implied volatility ที่คำนวณได้จากการใช้เครื่องมือโซลเวอร์ (solver) ในโปรแกรม Microsoft Excel แทนในการประเมินมูลค่าออปชันด้วยแบบจำลองไบโนเมียล แบบจำลองไตรโนเมียลและวิธีแบล็ค-โชลส์ โดยดำเนินการตามข้อ 3.4 - 3.7 อีกครั้ง

3.9 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ หรือความแตกต่างของการประเมินมูลค่าออปชันโดยแบบจำลองไบโนเมียลและไตรโนเมียลในด้านต่างๆ อาทิ ความสัมพันธ์ของการเพิ่มจำนวนคาบที่ใช้ในการวิเคราะห์ ความเร็วและลักษณะของการลู่เข้าหาราคาที่เป็นราคาอ้างอิงที่คำนวณได้จากวิธีแบล็ค-โชลส์ และวิเคราะห์ในเรื่องของการเปลี่ยนการใช้ค่าความผันผวนสำหรับใช้ในแบบจำลองโดยใช้ค่าความผันผวนแบบจากข้อมูลย้อนหลัง (historical volatility) ย้อนหลัง 3 ปี และแบบ Implied volatility

4. ผลการวิจัย

จากการศึกษาหาจำนวนคาบที่เหมาะสมในการใช้เพื่อประเมินมูลค่าออปชัน โดยเลือกใช้แบบจำลองไบโนเมียล และไตรโนเมียล ซึ่งมีวิธีแบล็ค-โชลส์ เป็นเกณฑ์ชี้วัดในการประเมินมูลค่าออปชัน โดยเลือกสัญญาออปชันทั้งหมด 6 สัญญา ซึ่งได้ข้อมูลดังตารางดังต่อไปนี้

ตารางที่ 1 จำนวนคาบ N ที่เหมาะสม และมูลค่าออปชันที่ประเมินได้ในแต่ละแบบจำลอง สำหรับ Historical Volatility

Historical Volatility						
Strike price / Model	825		850		875	
	Call Option	Put Option	Call Option	Put Option	Call Option	Put Option
Black-scholes	34.1569	9.8226	19.6754	20.1917	10.0211	35.3883
Binomial	34.1567 N = 291	9.8226 N = 143	19.6754 N = 232	20.1918 N = 232	10.0211 N = 112	35.3883 N = 112
Trinomial	34.1568 N = 192	9.8227 N = 129	19.6754 N = 116	20.1918 N = 116	10.0211 N = 56	35.3883 N = 56

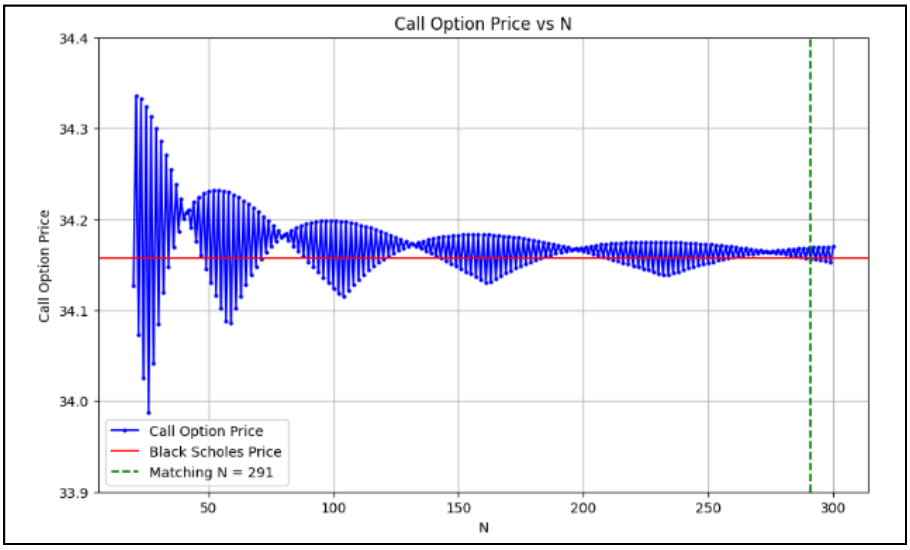
ตารางที่ 2 จำนวนคาบ N ที่เหมาะสม และมูลค่าออปชันที่ประเมินได้ในแต่ละแบบจำลอง สำหรับ Implied Volatility

Implied Volatility						
Strike price / Model	825		850		875	
	Call Option	Put Option	Call Option	Put Option	Call Option	Put Option
Black-scholes	25.1000	12.6000	12.3000	24.9000	5.3000	43.8000
Binomial	25.1000 N = 96	12.6001 N = 95	12.3000 N = 55	24.9000 N = 207	5.2998 N = 300	43.8003 N = 234
Trinomial	25.1000 N = 48	12.5999 N = 141	12.3000 N = 217	24.9000 N = 178	5.3000 N = 245	43.8003 N = 117

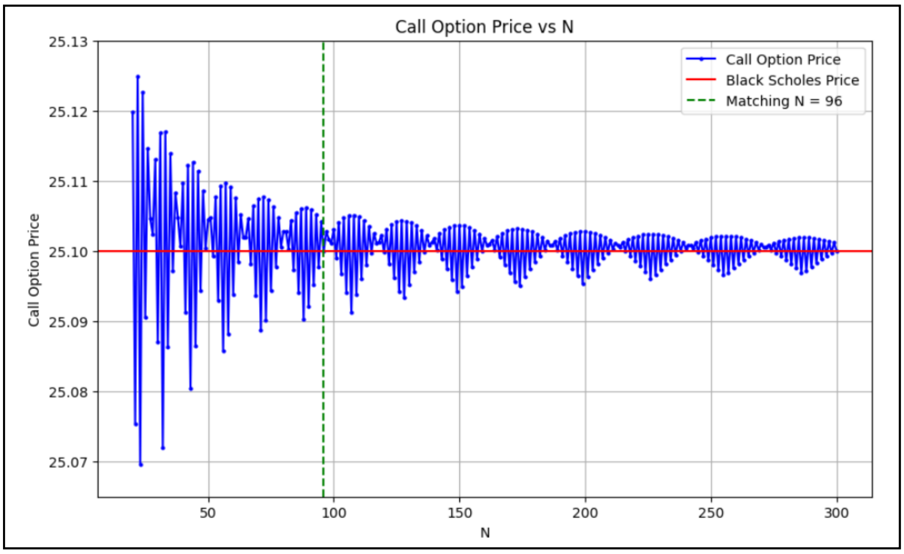
จากตารางที่ 1 ที่ใช้ Historical Volatility ในการคำนวณจะเห็นได้ว่าคอลออปชันที่มีราคาใช้สิทธิเท่ากับ 825, 850 และ 875 และพุทออปชันที่มีราคาใช้สิทธิ 825, 850 และ 875 มีจำนวนคาบที่ไตรโนเมียลน้อยกว่าของจำนวนคาบของไบโนเมียล และจากตารางที่ 2 ที่ใช้ Implied Volatility ในการคำนวณ จะเห็นได้ว่าคอลออปชันที่มีราคาใช้สิทธิเท่ากับ 825 และ 875 และพุทออปชันที่มีราคาใช้สิทธิเท่ากับ 850 และ 875 มีจำนวนคาบที่ไตรโนเมียล

น้อยกว่าของจำนวนคาบของไบโนเมียล และจะสังเกตุเห็นว่า เมื่อราคาใช้สิทธิเพิ่มขึ้น ราคาคอลออปชันจะมีค่าลดลง ในทางกลับกัน ราคาพุทออปชันจะมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อราคาใช้สิทธิเพิ่มขึ้น ซึ่งเป็นไปตามทฤษฎี (ฝ่ายพัฒนาความรู้ผู้ประกอบวิชาชีพ., 2564)

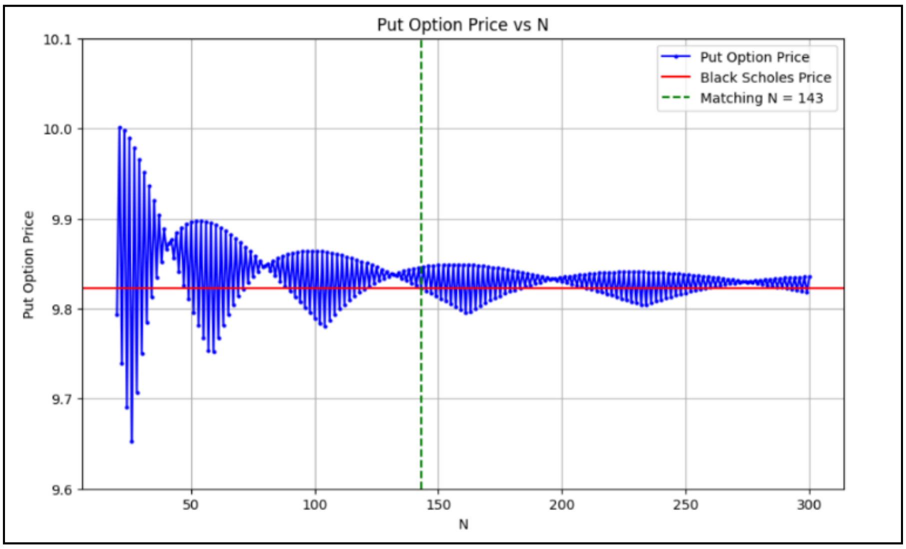
และจากการเขียนกราฟ เพื่อศึกษาลักษณะการลู่เข้าของมูลค่าออปชันทั้ง**คอล**ออปชัน และ**พุท**ออปชันของทั้ง 2 แบบจำลองที่มีราคาใช้สิทธิ 825 ดังนี้



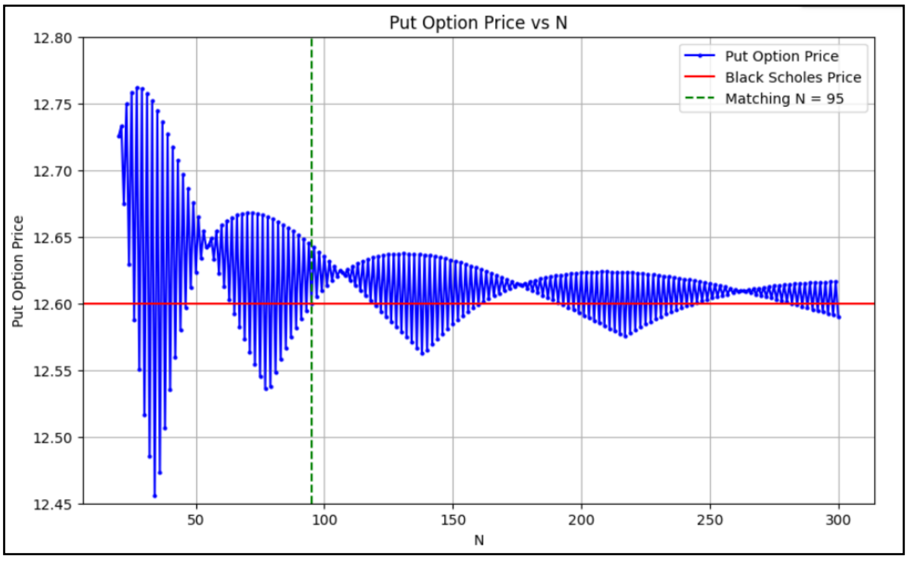
รูปที่ 3 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคาบที่ใช้ในการประเมินมูลค่าคอลออปชันโดยใช้แบบจำลองไบโนเมียล โดยมีค่าความผันผวน (historical volatility) อยู่ที่ 0.1191



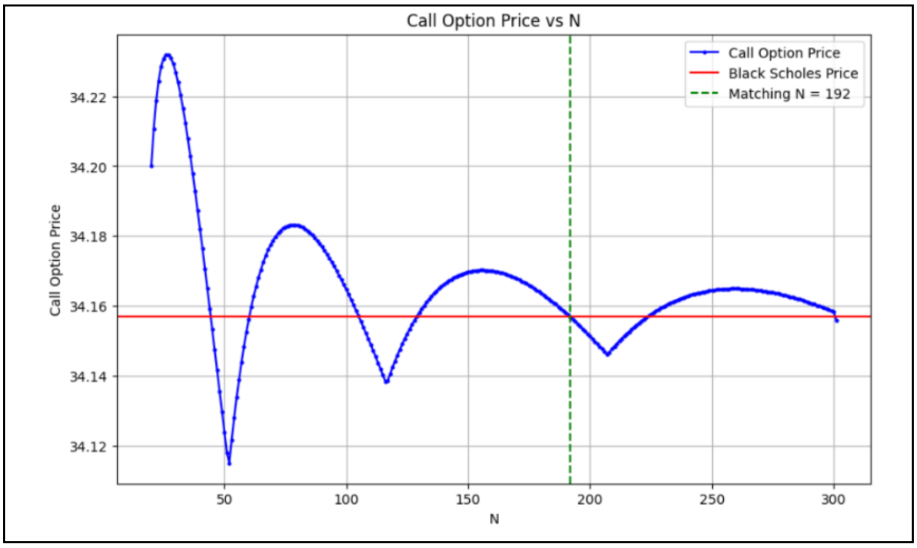
รูปที่ 4 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคาบที่ใช้ในการประเมินมูลค่าคอลออปชันโดยใช้แบบจำลองไบโนเมียล โดยมีค่า Implied volatility อยู่ที่ 0.0440



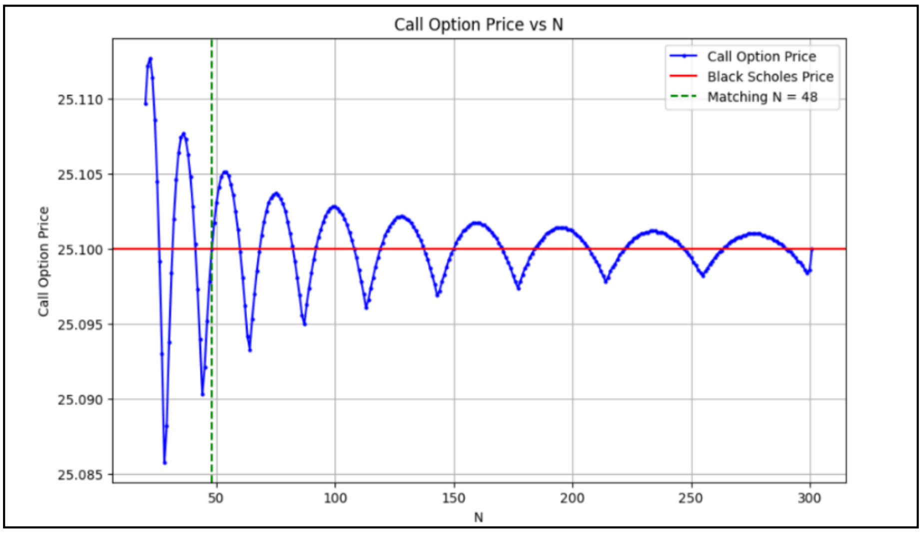
รูปที่ 5 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคาบที่ใช้ในการประเมินมูลค่าพุทออปชันโดยใช้แบบจำลองไบโนเมียล โดยมีค่าความผันผวน (historical volatility) อยู่ที่ 0.1191



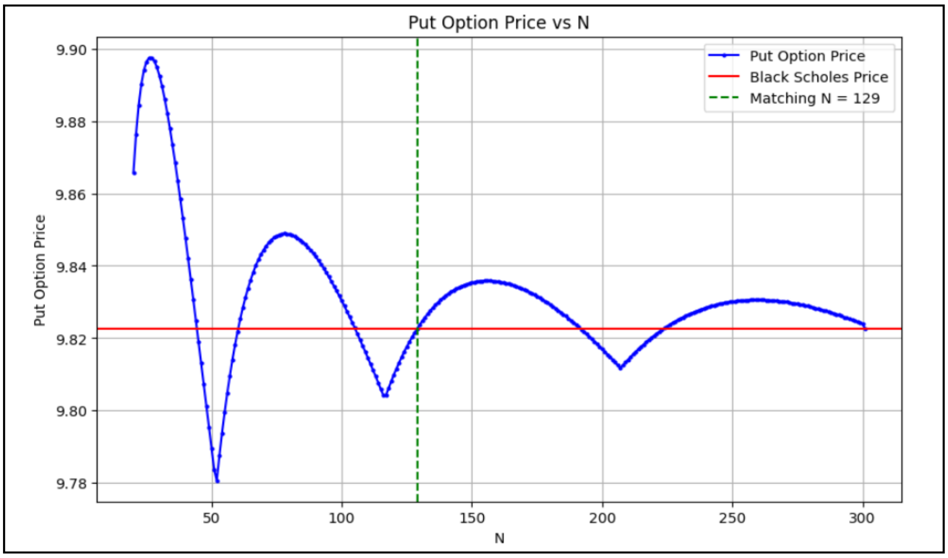
รูปที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคาบที่ใช้ในการประเมินมูลค่าพุทออปชันโดยใช้แบบจำลองไบโนเมียล โดยมีค่า Implied volatility อยู่ที่ 0.1378



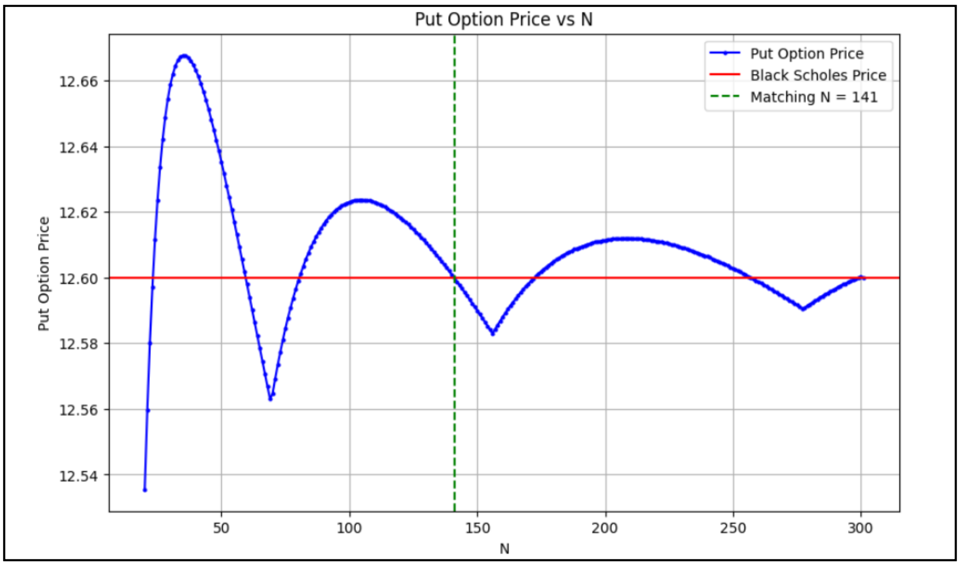
รูปที่ 7 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคาบที่ใช้ในการประเมินมูลค่าคอลออปชันโดยใช้แบบจำลองไตรโนเมียล โดยมีค่าความผันผวน (historical volatility) อยู่ที่ 0.1191



รูปที่ 8 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคาบที่ใช้ในการประเมินมูลค่าคอลออปชันโดยใช้แบบจำลองไตรโนเมียล โดยมีค่า Implied volatility อยู่ที่ 0.0440



รูปที่ 9 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคาบที่ใช้ในการประเมินมูลค่าพุทออปชันโดยใช้แบบจำลองไตรโนเมียล โดยมีค่าความผันผวน (historical volatility) อยู่ที่ 0.1191



รูปที่ 10 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคาบที่ใช้ในการประเมินมูลค่าพุทออปชันโดยใช้แบบจำลองไตรโนเมียล โดยมีค่า Implied volatility อยู่ที่ 0.1378

รูปที่ 3 และรูปที่ 4 เป็นลักษณะการลู่เข้าหาค่าอ้างอิงของราคาคอลออปชันสำหรับแบบจำลองไบโนเมียลที่ Historical volatility ที่ 0.1191 และ Implied volatility ที่ 0.0440 ตามลำดับ

รูปที่ 5 และรูปที่ 6 เป็นลักษณะการลู่เข้าหาค่าอ้างอิงของราคาพุทออปชันสำหรับแบบจำลองไบโนเมียลที่ Historical volatility ที่ 0.1191 และ Implied volatility ที่ 0.1378 ตามลำดับ

รูปที่ 7 และรูปที่ 8 เป็นลักษณะการลู่เข้าหาค่าอ้างอิงของราคาคอลออปชันสำหรับแบบจำลองไตรโนเมียล ที่ Historical volatility ที่ 0.1191 และ Implied volatility ที่ 0.0440 ตามลำดับ

รูปที่ 9 และรูปที่ 10 เป็นลักษณะการลู่เข้าหาค่าอ้างอิงของราคาพุทออปชันสำหรับแบบจำลองไตรโนเมียล ที่ Historical volatility ที่ 0.1191 และ Implied volatility ที่ 0.1378 ตามลำดับ

ซึ่งจะเห็นว่าลักษณะการลู่เข้าหาค่า Black-Scholes price ที่ใช้อ้างอิงที่อยู่ในแนวนอนของรูปกราฟ ของทั้ง 2 แบบจำลองมีลักษณะการลู่เข้าแบบแกว่งไกว แต่ในที่สุดสำหรับค่า N ที่เหมาะสม ทำให้มูลค่าของทั้งคอลและพุทออปชันที่คำนวณได้จะลู่เข้าหาค่าอ้างอิง โดยมีค่าคาดเคลื่อนจากค่าอ้างอิงน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.5×10^{-4} ($e = 0.5 \times 10^{-4}$) และจะสังเกตุเห็นว่าลักษณะการลู่เข้าของแบบจำลองไตรโนเมียลมีลักษณะการลู่เข้าที่มีความเสถียร (stability) มากกว่าแบบจำลองไบโนเมียล โดยพิจารณาจากรูปที่ 3 เปรียบเทียบกับรูปที่ 7 รูปที่ 4 เปรียบเทียบกับรูปที่ 8 รูปที่ 5 เปรียบเทียบกับรูปที่ 9 และรูปที่ 6 เปรียบเทียบกับรูปที่ 10

5. บทสรุปและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการศึกษา

จากการศึกษานี้ พบว่าจำนวนคาบ N ที่เหมาะสมในการใช้สำหรับประเมินมูลค่าออปชันด้วยแบบจำลองไตรโนเมียล ในส่วนมากจะมีค่าที่น้อยกว่าจำนวนคาบ N ที่ใช้สำหรับการประเมินมูลค่าออปชันด้วยแบบจำลองไบโนเมียล ในการประเมินมูลค่าของออปชันทั้งประเภท Call option และ Put option ทั้งที่ใช้ค่าความผันผวนแบบ Historical volatility ย้อนหลัง 3 ปี และค่าความผันผวนแบบ Implied volatility ในแบบจำลอง ทั้งนี้อาจจะมีความคลาดเคลื่อนบ้างจากการคำนวณ รวมถึงจากการเขียนกราฟเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนคาบ N กับมูลค่าออปชันที่ได้จากการคำนวณด้วยโปรแกรม ทั้งในแบบจำลองไบโนเมียล และแบบจำลองไตรโนเมียล เห็นได้ชัดในทุกกราฟว่าแบบจำลองไบโนเมียล มีความเคลื่อนไหวของมูลค่าออปชันที่ประเมินในลักษณะแกว่งค่อนข้างมาก เมื่อใช้มูลค่าออปชันที่ได้จากการประเมินด้วยแบบจำลองแบล็ค-โชลส์เป็นมูลค่าเปรียบเทียบอ้างอิง เมื่อเพิ่มจำนวนคาบ N โดยเมื่อมูลค่าเริ่มเข้าใกล้มูลค่าออปชันจากแบบจำลองแบล็ค-โชลส์ ก็จะแกว่งออกอีกเรื่อยๆ แสดงให้เห็นถึงว่าหากต้องการให้มูลค่าออปชันที่คำนวณด้วยแบบจำลองไบโนเมียล มีค่าเท่ากับมูลค่าแบล็ค-โชลส์ จะต้องใช้จำนวนคาบ N ที่สูงมาก ส่วนแบบจำลองไตรโนเมียล มีความเคลื่อนไหวของมูลค่าออปชันที่ประเมินในลักษณะแกว่งค่อนข้างน้อยกว่า เมื่อใช้มูลค่าออปชันที่ได้จากการประเมินด้วยแบบจำลองแบล็ค-โชลส์เป็นมูลค่าเปรียบเทียบอ้างอิง เมื่อเพิ่มจำนวนคาบ N มูลค่าจะเริ่มเข้าใกล้มูลค่าออปชันจากแบบจำลองแบล็ค-โชลส์มากขึ้น ซึ่งค่อนข้างสอดคล้องกับแนวคิด และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยสามารถสรุปได้ว่า ลักษณะความสัมพันธ์ของจำนวนคาบ N ในแบบจำลองไตรโนเมียลจะแสดงให้เห็นถึงการลู่เข้าที่เร็วกว่า และความแกว่งของราคาเมื่อเทียบกับราคา หรือมูลค่าอ้างอิงที่น้อยกว่าเมื่อเทียบกับแบบจำลองไบโนเมียล เมื่อเพิ่มจำนวนคาบ N อย่างไรก็ตาม แบบจำลองแบล็ค-โชลส์ซึ่งใช้สมการเชิงอนุพันธ์ในการคำนวณราคาจะให้ผลลัพธ์ที่แม่นยำโดยไม่ต้องพึ่งพาการเพิ่มจำนวนคาบ N โดยการเลือกใช้แบบจำลองขึ้นอยู่กับบริบทและความต้องการของการวิเคราะห์ สำหรับการใช้งานในตลาดการเงิน หรือใช้สำหรับเพื่อการศึกษาวิจัย ทั้งนี้แบบจำลองไตรโนเมียลมักถูกใช้ในกรณีที่ต้องการความยืดหยุ่นและการจำลองสถานการณ์ที่ซับซ้อน รวมถึงมีความยุ่งยากในการคำนวณที่ซับซ้อนกว่า

แบบจำลองไบโนเมียล และทั้งแบบจำลองไบโนเมียล และแบบจำลองไตรโนเมียล เป็นการคำนวณโดยใช้การเพิ่มจำนวนคาบ N โดยหากต้องการมูลค่าที่แม่นยำจะต้องใช้จำนวนคาบ N ที่สูงมาก ในขณะที่แบบจำลองแบล็ค-โชลส์มักใช้ในกรณีที่ต้องการคำนวณราคาที่รวดเร็วและแม่นยำตามสมการมาตรฐาน และเป็นแบบจำลองที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในวงการตลาดเงิน

5.2 ข้อเสนอแนะ

จากการศึกษานี้ พบว่าสามารถนำผลการศึกษาไปต่อยอด และพัฒนาในรายละเอียดบางประการ เพื่อให้งานวิจัยเกิดผลลัพธ์ที่มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น โดยผู้ศึกษามีข้อเสนอแนะ ดังนี้

5.2.1 ในการศึกษานี้ใช้จำนวนคาบ N ในการรันโปรแกรมที่ 1 ถึง 300 ซึ่งหากต้องการศึกษาเพิ่มเติมสามารถทำการเพิ่มจำนวนคาบ N ในการรันโปรแกรม ซึ่งอาจต้องใช้เวลาที่มาก

5.2.2 ในการศึกษานี้ ใช้โปรแกรมภาษา Python ในการคำนวณประเมินมูลค่าออปชันด้วยแบบจำลองไบโนเมียล และแบบจำลองไตรโนเมียล โดยทำการศึกษาเปรียบเทียบกับมูลค่าออปชันที่คำนวณด้วยแบบจำลองแบล็ค-โชลส์ โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ซึ่งคำนวณแยกมาก่อนหน้าแล้วนำมาเปรียบเทียบ โดยสามารถทำการศึกษาเพิ่มเติมโดยใช้การรวมแบบจำลองแบล็ค-โชลส์ในโปรแกรมเดียวกันเพื่อใช้การเปรียบเทียบด้วยโปรแกรมภาษาไพธอน (Python) ซึ่งต้องใช้เวลาในการรันโปรแกรมมาก

5.2.3 สามารถศึกษาเพิ่มเติมในออปชันที่มีสินทรัพย์อ้างอิงเป็นสินทรัพย์อื่น หรือ Derivative Warrant

5.2.4 สามารถพัฒนาต่อยอดในการศึกษาเกี่ยวกับการประเมินราคามูลค่าออปชันแบบอเมริกา

เอกสารอ้างอิง

เจี้ยม จันทร์อนันต์. (2560). เปรียบเทียบความผันผวนของใบสำคัญแสดงสิทธิอนุพันธ์ไทยในแต่ละช่วงเวลาด้วยแบบจำลองการประเมินมูลค่าออปชันแบบไบโนเมียล. (สารนิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย.

ฝ่ายพัฒนาความรู้ผู้ประกอบวิชาชีพ. (2564). การวิเคราะห์การลงทุนในตราสารอนุพันธ์. ตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย.

ยุทธนา รติเบญญากูล. (2563). อัตราการลู่เข้าของสูตรทวินามสำหรับราคาออปชัน. (วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. การศึกษาการประเมินราคาออปชันโดยแบบจำลองแบล็ค-โชลส์ แบบจำลองไบโนเมียลและแบบจำลองโครงข่ายประสาทเทียม สำหรับออปชันดัชนีของ SET50 NIKKEI 225 และ HANG SENG สืบค้นจาก https://archive.lib.cmu.ac.th/full/T/2553/mba0653nt_ch2.pdf

Ma Weiming, J. (2019). Mastering Python for Finance (2nd ed.). Packt Publishin

Paul Wilmott, Sam Howison and Jeff Dewynne. (1995). The Mathematics of Financial Derivatives